А. А. Ляминъ и Т. Ѳ. Сваричовскій.

МЕТОДИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ
НА ВЫЧИСЛЕНІЕ.

ПЛАНИМЕТРІЯ.

Цѣна 70 коп.

МОСКВА.
Изданіе А. С. ПАНАФИДИНОЙ. Лялинъ пер., соб. д.
1913.

А. А. Ляминъ и Т. Ѳ. Сваричовскій.

МЕТОДИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ НА ВЫЧИСЛЕНІЕ.

ПЛАНИМЕТРІЯ.

Цѣна 70 коп.

МОСКВА.
Изданіе А. С. ПАНАФИДИНОЙ. Лялинъ пер., соб. д.
1913.

А. А. Ляминъ и Т. Ѳ. Сваричовскій.

МЕТОДИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ НА ВЫЧИСЛЕНІЕ.

ПЛАНИМЕТРІЯ.

Вып. 1

МОСКВА.
Изданіе А. С. ПАНАФИДИНОЙ. Лялинъ пер., соб. д.
1913.

Цѣна 70 коп.



Типографія Г. Лисснера и Д. Собко.
Москва, Воздвиженка, Крестовоздвиж. пер., д. 9.

Предисловіе.

Въ число задачъ предлагаемаго сборника входятъ исключительно задачи *на вычисленіе*, представляющія *чисто-геометрическій интересъ*. Задачи, въ которыхъ упражненія алгебраическаго характера составляютъ главную трудность рѣшенія, почти совершенно исключены.

Числовыя данныя большею частью подобраны такъ, чтобы они не представляли для учащихся особенныхъ затрудненій при рѣшеніи задачъ.

Кромѣ того, были приняты во вниманіе и тѣ свѣдѣнія изъ алгебры, которыми должны обладать учащіеся во время прохожденія того или иного отдѣла геометріи.

Главнѣйшей особенностью этого сборника является строгая систематизація задачъ по методамъ рѣшенія и указанія*) теоретическаго и методическаго характера, предпосылаемыя каждой отдѣльной группѣ задачъ. Все это сдѣлано съ цѣлью облегчить учащимся оріентировку среди массы вопросовъ, которые являются при рѣшеніи задачъ того или иного отдѣла.

Методическія указанія, главнѣйшія данныя теоріи и послѣдовательность отдѣловъ преимущественно согласованы съ планомъ составляемаго нами учебника геометріи; особое вниманіе обращено на точность выраженій вообще и опредѣленій въ частности.

На ряду съ оригинально составленными задачами, ради большей полноты и разнообразія матеріала, приведено много задачъ, идеи которыхъ заимствованы изъ лучшихъ русскихъ и

*) Къ задачамъ, рѣшеніе которыхъ можетъ представить особое затрудненіе, даны указанія въ отдѣлѣ отвѣтовъ.

иностранныхъ сборниковъ, а условія нѣкоторыхъ — изъ нижеуказанныхъ книгъ и журналовъ.

Rosenberg. Methodisch geordnete Sammlung von Aufgaben aus der Planimetrie und Stereometrie.

Königbauer. Geometrische Aufgaben.

Reidt. Aufgaben-Sammlung zur Arithmetik und Algebra.

Hawkes-Luby-Touton. Complete school algebra.

Grévy. Géométrie. 3 v.

Grévy. Traité d'Algébre.

Dilling. Sammlung von Aufgaben und Beispielen aus der algebraischen oder rechnenden Geometrie.

Gandtner und Junghaus. Sammlung von Lehrsätzen und Aufgaben aus der Planimetrie.

Андрэ. Упражненія въ геометріи.

Kehr. Geometrische Rechenaufgaben für die Oberclasse der Volks- und Bürgerschule.

F. G.-M. Exercices de Géométrie.

Journal de mathématiques élémentaires и L'Éducation mathématique за 1907—1912 гг.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Стран.

Предисловіе . . . . 3—4

Прямая и отрѣзокъ прямой (1—26) . . . . 7—10

Углы (27—57) . . . . 10—13

Периметръ и стороны треугольника. Перпендикуляры и наклонныя (58—85) . . . . 13—16

Діагонали многоугольника (86—94) . . . . 16—18

Параллельныя прямыя и сѣкущая (95—114) . . . . 18—21

Углы треугольника (115—147) **и многоугольника** (148—165) . . . . . 21—26

Параллелограммы и трапеціи (166—219) . . . . 26—32

Общая мѣра отрѣзковъ прямой. Измѣреніе отрѣзковъ прямой. Отношеніе длинъ отрѣзковъ прямой (220—238) . . . . 32—34

Пропорціональность отрѣзковъ прямой (239—252) . . . . 34—36

Подобные треугольники (253—313) . . . . 36—45

Подобные многоугольники (314—330) . . . . 45—47

Свойство биссектриссы угла треугольника (331—343) . . . . 48—49

Свойство перпендикуляра, опущеннаго изъ вершины прямого угла на гипотенузу (344—360) . . . . 49—52

Зависимость между сторонами прямоугольнаго **треугольника** (361—393). 52—55

Опредѣленіе стороны, лежащей противъ остраго или тупого угла въ треугольникѣ (394—410) . . . . 55—57

Зависимость между сторонами и діагоналями параллелограмма.

Вычисленіе медіанъ сторонъ треугольника (411—416) . . . . . . 57—59

Окружность, радіусъ, хорда, касательная (417—443) . . . . 59—63

Относительное положеніе окружностей (444—461) . . . . 63—64

Центральные углы и соотвѣтствующія имъ дуги. Измѣреніе центральныхъ угловъ и дугъ (462—480) . . . . 65—67

Градусная мѣра угловъ треугольника и многоугольника (481—490) . . . . 67—68

Измѣреніе угловъ въ окружности. Углы вписанные; углы, имѣющіе вершину внутри окружности; угла, составленные касательной и хордой; углы, вершины которыхъ лежатъ внѣ окружности; описанные углы; углы, составленные касательной и сѣкущей; углы, составленные двумя касательными (491—556) . . . . . . 68—74

Свойство перпендикуляра, опущеннаго изъ точки окружности на діаметръ (557—566) . . . . 74—75

Стран.

Пропорціональныя отрѣзки прямыхъ въ окружности. Свойство хордъ, пересѣкающихся внутри окружности (567—575) . . . . 75—77
Свойство сѣкущихъ, проведенныхъ къ окружности изъ внѣшней точки (576—584) . . . . 77—78
Зависимость между касательной и сѣкущими, проведенными къ окружности изъ внѣшней точки (585—592) . . . . 78—79
Дѣленіе отрѣзка прямой въ крайнемъ и среднемъ отношеніи (593—597) . . . . 79—80
Вписанные въ окружность и описанные около нея треугольники (598—615) . . . . 81—82
Вписанные четыреугольники. Примѣненіе теоремы Птоломея (616—628) . . . . 82—84
Описанные четыреугольники (629—637) . . . . 84—85
Правильные многоугольники. Зависимость между числомъ сторонъ и величинами угловъ правильныхъ многоугольниковъ. Вычисленіе сторонъ правильныхъ многоугольниковъ. Примѣненіе формулы удвоенія числа сторонъ (638—704) . . . . 85—93
Площади прямолинейныхъ фигуръ. Площадь прямоугольника, квадрата, параллелограмма, ромба (705—778) . . . . 93—100
Площади треугольниковъ: равносторонняго, прямоугольнаго, равнобедреннаго, косоугольнаго (779—889) . . . . 100—111
Площадь трапеціи (890—934). Площади четыреугольниковъ (935—943) . . . . 111—116
Площади многоугольниковъ (944—969) . . . . 117—119
Площади треугольниковъ, имѣющихъ по равному углу (970—981) . 119—121
Площади подобныхъ треугольниковъ и многоугольниковъ (982—1014) . . . . 121—125
Длина окружности и дуги (1015—1049) . . . . 125—128
Площадь круга (1050—1088) . . . . 128—132
Площадь сектора (1089—1109). Площадь сегмента (1110—1124) . . 132—136
Смѣшанный отдѣлъ (1125—1183) . . . . 136—141
Отвѣты . . . . 142—166

Прямая и отрѣзокъ прямой.

Слѣдуетъ различать прямую и отрѣзокъ прямой.

Прямая представляетъ собой протяженіе неопредѣленной длины а отрѣзокъ прямой — опредѣленную часть этого протяженія.

Для изображенія прямыхъ и отрѣзковъ прямыхъ на чертежѣ пользуются линейкой и карандашомъ или перомъ, а для отложенія отрѣзковъ прямой — циркулемъ.

Различаютъ отрѣзки равные и неравные.

Равными называются такіе отрѣзки, которые, при взаимномъ ихъ наложеніи и совмѣщеніи одной изъ крайнихъ точекъ отрѣзка съ крайней точкой другого, совмѣщаются и другими крайними точками; неравными — тѣ, которые, при наложеніи другъ на друга и совмѣщеніи одной пары крайнихъ точекъ, другой парой не совмѣщаются.

Отрѣзки прямой можно складывать, вычитать, умножать и дѣлить.

Замѣчаніе. Слѣдуетъ имѣть въ виду, что умножать отрѣзокъ прямой можно только на отвлеченное число, а не на отрѣзокъ. (См. по этому поводу отдѣлъ о площадяхъ).

Дѣйствія надъ отрѣзками прямой выполняются двояко: построеніемъ, т.-е. на чертежѣ, и вычисленіемъ.

Въ первомъ случаѣ, на прямой неопредѣленной длины откладываютъ данные отрѣзки, взявъ каждый изъ нихъ въ циркуль, т.-е., поставивъ конецъ одной ножки циркуля въ одну изъ крайнихъ точекъ отрѣзка, а конецъ другой — въ другую, переносятъ это разстояніе (между концами ножекъ циркуля) на взятую прямую, отмѣчая на ней буквами концы отрѣзка.

Во второмъ случаѣ дѣйствія производятся надъ именованными числами, выражающими (въ одной и той же мѣрѣ) длину каждаго изъ данныхъ отрѣзковъ.

Окончательный результатъ возможно выразить именованнымъ числомъ только тогда, когда длина каждаго изъ данныхъ отрѣзковъ выражена одной и той же мѣрой.

При изображенiи отрѣзковъ на чертежѣ можетъ встрѣтиться случай, когда длина даннаго отрѣзка на чертежѣ не умѣщается. Тогда изображаютъ данный отрѣзокъ отрѣзкомъ произвольной длины, точно указывая, во сколько разъ онъ меньше даннаго. Напримѣръ, если надо изобразить на страницѣ тетради отрѣзокъ, равный 1 метру, отрѣзкомъ въ 1 сантиметръ, то говорятъ, что чертежъ сдѣланъ въ масштабѣ 1:100, такъ какъ 1 см. меньше 1 метра въ 100 разъ.

Въ нѣкоторыхъ изъ нижеприводимыхъ задачъ приходится встрѣчаться съ дѣленiемъ отрѣзковъ; слѣдуетъ помнить, что *здѣсь рѣчь идетъ о дѣленiи именованныхъ чиселъ, выражающихъ длину данныхъ отрѣзковъ.*

1. На прямой отмѣчены двѣ точки, разстоянiе между которыми 12 см. На сколько отрѣзковъ разбилась прямая?

2. На прямой отмѣчены 3, 4, 5 и, вообще, n точекъ. На сколько отрѣзковъ разбилась прямая?

3. Изобразить отрѣзокъ прямой, равный суммѣ двухъ, трехъ и, вообще, n данныхъ отрѣзковъ.

4. Изобразить отрѣзокъ прямой, равный разности двухъ данныхъ отрѣзковъ.

5. Длина одного отрѣзка прямой 13 см., длина другого 4 см. Какой длины отрѣзокъ, представляющiй a) сумму и b) разность двухъ данныхъ отрѣзковъ?

6. Изобразить отрѣзокъ прямой, равный данному отрѣзку, повторенному 2, 3, 4 и, вообще, n разъ.

7. Точки M, N и P лежатъ на одной прямой линiи; разстоянiе MN равно 5 см., разстоянiе NP равно 16 см. Опредѣлить разстоянiе MP.

8. Сумма двухъ отрѣзковъ прямой равна 6 ф. 10 д.; одинъ изъ нихъ на 2 ф. 6 д. больше другого. Опредѣлить длину каждаго отрѣзка.

9. На прямой взяты — отрѣзокъ AB, равный 10 см., и отрѣзокъ BC, равный 5 см. Опредѣлить длину отрѣзка AC, если a) точка B лежитъ между A и C, b) точка B не лежитъ между A и C.

10. На продолженiи отрѣзка AB прямой, равнаго 6 ф. 4 д., взята точка M такъ, что AM равно 5 ф. 2 д. Найти длину отрѣзка MB.

11. На отрѣзкѣ MN прямой, имѣющемъ длину 80 см., взяты двѣ точки A и B, между которыми лежитъ средняя точка даннаго отрѣзка, находящаяся отъ точекъ A и B соотвѣтственно на разстоянiи 7 см. и 24 см. Опредѣлить разстоянiя точекъ A и B отъ точки N.

12. На отрѣзкѣ AB прямой, равномъ 16 см., взята точка M; разстоянiе AM равно 5 см. Опредѣлить длину отрѣзка MB.

13. На отрѣзкѣ MN прямой, равномъ 25 см., взяты точки A и B такъ, что MA равно 5 см., а AB равно половинѣ AN. Найти длину отрѣзка MB.

14. Отрѣзокъ прямой, имѣющiй длину 8 см., раздѣлить на двѣ части такъ, чтобы одна составляла $\frac{3}{5}$ другой.

15. На отрѣзкѣ PQ прямой, имѣющемъ длину 9 саж. 2 арш., взята точка A между P и Q такъ, что сумма отрѣзковъ QP и PA равна 12 саж. 1 арш. Опредѣлить AQ.

16. На отрѣзкѣ MN прямой взяты точки A, B и C. Опредѣлить длину отрѣзковъ AB, BC, MC и NA, если разстоянiе MB равно 15 см., MA равно 8 см., NB равно 19 см. и NC равно 9 см.

17. Отрѣзокъ MN прямой раздѣленъ въ точкѣ A на двѣ части такъ, что одна изъ нихъ на 20 см. меньше другой. Найти длину каждой части и разстоянiе точки A отъ средней точки даннаго отрѣзка MN, если его длина 60 см.

18. На отрѣзкѣ AN прямой, имѣющемъ длину 30 см., взята точка B, находящаяся на разстоянiи 7 см. отъ средней точки даннаго отрѣзка. Найти разстоянiе точки B отъ концовъ отрѣзка AN.

19. Отрѣзокъ, длина котораго 5 арш. 7 вершк., раздѣленъ на три части такъ, что крайнiе отрѣзки равны между собой, а среднiй длиннѣе каждаго изъ крайнихъ на 2 арш. 1 верш. Опредѣлить эти отрѣзки.

20. На отрѣзкѣ PQ прямой, имѣющемъ длину 27 см., взяты двѣ точки A и B; точка A дѣлитъ пополамъ отрѣзокъ PB, а точка B — отрѣзокъ AQ. Опредѣлить AQ и BQ.

21. На отрѣзкѣ MN прямой, имѣющемъ длину 6 м. 8 дцм., взяты точки P и Q, разстоянiе между которыми 2 м. 5 дцм.; средина A отрѣзка PQ лежитъ на разстоянiи 1 м. 2 дцм. отъ средины B отрѣзка MN. Опредѣлить разстоянiе точекъ P и Q отъ N, если a) точка A лежитъ между M и B, b) точка A лежитъ между B и N.

22. На какомъ разстоянiи отъ средней точки M отрѣзка AB прямой находится точка N, если $AN = 25$ см., а NB втрое длиннѣе MN?

23. Отрѣзокъ MN прямой, имѣющiй длину 20 см., раздѣленъ въ точкѣ A на два отрѣзка такъ, что отношенiе MA къ AN равно отношенiю 3 къ 2. Найти длину каждаго изъ этихъ отрѣзковъ.

24. Отрѣзокъ PQ прямой, имѣющій длину 77 см., раздѣленъ въ точкахъ A и B на три отрѣзка такъ, что отношеніе PA къ AB равно 2 : 1, а отношеніе AB къ BQ равно 3 : 2. Найти длину отрѣзковъ PA, AB и BQ.

25. Отрѣзокъ прямой, имѣющій длину 63 см., изображенъ на чертежѣ отрѣзкомъ въ 9 см. Въ какомъ масштабѣ выполненъ чертежъ?

26. Карта вычерчена въ масштабѣ 1 : 9800000. Разстояніе отъ Москвы до Самары, измѣренное на этой картѣ по кратчайшему разстоянію, равно 1,72 верш. Найти дѣйствительное кратчайшее разстояніе между Москвой и Самарой.

Углы.

Уголъ есть часть плоскости, заключенная между двумя прямыми линіями, выходящими изъ одной точки.

Прямыя, образующія уголъ, называются *сторонами* угла, а точка ихъ пересѣченія — *вершиною* угла.

Измѣрить уголъ — значитъ сравнить его съ другимъ угломъ, принятымъ за единицу. За единицу мѣры угловъ будемъ принимать *прямой уголъ*, какъ величину постоянную, и условимся обозначать эту единицу мѣры буквою d.

Для сравненія между собой двухъ угловъ накладываютъ одинъ изъ нихъ на другой, напр. $\angle A_1B_1C_1$ на $\angle ABC$ такъ, чтобы вершины B и B_1 угловъ совмѣстились и сторона B_1A_1 пошла по сторонѣ BA; если при этомъ сторона B_1C_1 совпадетъ со стороной BC, то углы считаются *равными*. Если же при указанномъ способѣ наложенія, сторона B_1C_1 не совпадетъ со стороной BC, то углы будутъ *не равны;* уголъ ABC будетъ больше угла $A_1B_1C_1$, если сторона B_1C_1 пойдетъ внутри угла ABC и уголъ ABC будетъ меньше угла $A_1B_1C_1$, если сторона B_1C_1 пойдетъ внѣ угла ABC.

Замѣчаніе. Слѣдуетъ помнить, что величина угла не зависитъ отъ длины его сторонъ, а только отъ наклоненія ихъ другъ къ другу.

Всякій уголъ, меньшій прямого, называется *острымъ*, а всякій уголъ, большій прямого — *тупымъ*, или, иначе, острымъ угломъ называется уголъ, меньшій своего смежнаго, а тупымъ — большій своего смежнаго.

Углы можно складывать, вычитать, умножать и дѣлить.

Замѣчаніе. Необходимо имѣть въ виду, что величину одного угла можно умножать только на отвлеченное число, а не на величину другого угла.

Въ нѣкоторыхъ изъ приводимыхъ задачъ приходится встрѣтиться съ вопросомъ о дѣленіи угла на части; во всѣхъ такихъ задачахъ идетъ рѣчь о дѣленіи именованныхъ чиселъ, выражающихъ величину данныхъ угловъ въ доляхъ прямого угла.

27. Какимъ угломъ выражается сумма угловъ, равныхъ соотвѣтственно: a) $\frac{2}{3}d$, $\frac{3}{4}d$ и $\frac{5}{12}d$? b) $\frac{d}{5}$, $\frac{d}{2}$ и $\frac{3}{10}d$.

28. Какой уголъ надо прибавить къ углу, равному $\frac{7}{11}d$, чтобы получить прямой?

29. Одинъ уголъ дополняетъ другой до прямого, при чемъ извѣстно, что первый уголъ больше второго въ 3 раза. Опредѣлить эти углы.

30. Изъ вершины прямого угла, внутри его, проведена прямая, образующая съ одной изъ его сторонъ уголъ, равный $\frac{3}{5}d$. Опредѣлить уголъ, образуемый этой прямой съ другой стороной прямого угла.

31. Изъ вершины тупого угла проведены прямыя перпендикулярно къ сторонамъ угла; эти прямыя образуютъ уголъ, равный $\frac{4}{5}d$. Опредѣлить тупой уголъ.

32. Изъ вершины тупого угла проведена прямая, перпендикулярная къ одной изъ сторонъ угла и составляющая съ другой стороной уголъ, равный $\frac{2}{9}$ всего тупого угла. Опредѣлить тупой уголъ.

33. Изъ вершины остраго угла, равнаго $\frac{2}{3}d$, проведены прямыя, перпендикулярныя сторонамъ даннаго угла. Опредѣлить величину угла между перпендикулярами.

34. Уголъ равенъ $\frac{4}{3}d$. Изъ вершины этого угла проведены прямыя, перпендикулярныя сторонамъ даннаго угла. Опредѣлить уголъ между этими перпендикулярами.

35. Изъ вершины нѣкотораго угла проведены двѣ прямыя: одна, дѣлящая этотъ уголъ пополамъ, а другая — перпендикулярная къ одной изъ его сторонъ; эти линіи образуютъ уголъ, равный $\frac{5}{6}d$. Опредѣлить неизвѣстный уголъ.

36. Опредѣлить (въ частяхъ d) углы, образуемые часовой и минутной стрѣлками, когда часы показываютъ 3 ч., 6 ч., 5 ч., 8 ч., 12 ч., 4 ч. 30 м., 2 ч. 15 м., 9 ч. 20 м.?

37. Сколько угловъ, равныхъ a) $\frac{d}{3}$, b) $\frac{4}{9}d$, можно расположить около одной и той же точки на плоскости?

38. По одну сторону прямой, около одной ея точки, построено 8 равныхъ другъ другу угловъ. Опредѣлить величину каждаго угла.

39. Вокругъ точки плоскости построено 5 угловъ, каждый изъ которыхъ составляетъ $\frac{3}{5}d$, и еще 3 равныхъ между собой угла. Опредѣлить величину каждаго изъ послѣднихъ.

40. Подъ какимъ угломъ пересѣкаются прямыя, дѣлящія каждый изъ двухъ смежныхъ угловъ пополамъ?

41. На какую часть прямого угла уголъ, равный $\frac{5}{3}d$, больше своего смежнаго?

42. Большій изъ двухъ смежныхъ угловъ раздѣленъ пополамъ; каждый изъ образовавшихся угловъ равенъ меньшему смежному. Опредѣлить величину каждаго изъ смежныхъ угловъ.

43. Разность двухъ смежныхъ угловъ равна меньшему изъ нихъ. Опредѣлить углы.

44. Опредѣлить величину смежныхъ угловъ, если одинъ изъ нихъ болѣе другого a) на $\frac{4}{5}d$, b) на $\frac{5}{6}d$, c) въ 5 разъ, d) если отношеніе ихъ равно 3 : 2, e) если отношеніе ихъ 4.

45. Опредѣлить уголъ, равный $\frac{3}{5}$ своего смежнаго.

46. Одинъ изъ двухъ смежныхъ угловъ равенъ $\frac{3}{7}d$. Изъ общей вершины этихъ угловъ проведена прямая, перпендикулярная къ ихъ общей сторонѣ. Опредѣлить углы, образованные этимъ перпендикуляромъ съ двумя другими сторонами смежныхъ угловъ.

47. Изъ трехъ угловъ, равныхъ въ суммѣ $2d$, одинъ равенъ $\frac{2}{3}d$, а изъ двухъ остальныхъ одинъ составляетъ $\frac{3}{2}$ другого. Опредѣлить углы.

48. По одну сторону прямой, изъ нѣкоторой ея точки, проведены двѣ прямыя такъ, что образовавшіеся при этомъ углы относятся между собой, какъ 3 : 5 : 2. Опредѣлить эти углы.

49. Три угла въ суммѣ составляютъ $2d$. Найти эти углы, зная, что два изъ нихъ относятся между собою, какъ 3 : 4, а третій равенъ разности двухъ первыхъ.

50. Вокругъ одной точки на плоскости расположены 4 угла, величины которыхъ относятся между собою, какъ 3 : 4 : 5 : 6. Опредѣлить углы.

51. Два угла имѣютъ одну общую вершину и одну общую сторону. Какъ расположены двѣ другія стороны этихъ угловъ, если извѣстно, что a) одинъ изъ угловъ равенъ $\frac{3}{4}d$, а другой составляетъ $\frac{5}{3}$ перваго, b) одинъ изъ угловъ равенъ $\frac{4}{3}d$, а другой составляетъ $\frac{3}{8}$ перваго.

52. Прямыя AC и BD пересѣкаются въ точкѣ O. Опредѣлить образовавшіеся при этомъ углы, если a) $\angle AOB = \frac{2}{5}d$, b) $\angle BOC = \frac{5}{3}d$, c) если $\angle BOC$ больше смежнаго ему на $\frac{3}{4}d$.

53. Какой уголъ составляютъ между собой прямыя, дѣлящія пополамъ вертикальные углы?

54. Пересѣченіемъ двухъ прямыхъ образованы двѣ пары вертикальныхъ угловъ, изъ которыхъ одна пара втрое болѣе другой пары. Опредѣлить углы.

55. Одинъ изъ угловъ, образовавшихся отъ взаимнаго пересѣченія двухъ прямыхъ, составляетъ 0,4 ихъ общей суммы. Найти углы.

56. Изъ нѣкоторой точки плоскости проведены въ этой же плоскости 4 прямыхъ линіи. Одинъ изъ образовавшихся угловъ равенъ $\frac{5}{7}d$, второй составляетъ $\frac{9}{5}$ перваго, а третій равенъ первому. Какимъ образомъ расположены стороны этихъ угловъ?

57. Изъ нѣкоторой точки плоскости проведены 4 прямыхъ линіи такъ, что образовавшіеся при этомъ углы относятся между собой, какъ 2 : 4 : 1 : 5. Какимъ образомъ расположены стороны этихъ угловъ?

Периметръ и стороны треугольника. Перпендикуляры и наклонныя.

При рѣшеніи задачъ этого отдѣла примѣняются теоремы, выражающія зависимость между сторонами, а также между сторонами и углами одного и того же треугольника.

Кромѣ того, приходится пользоваться зависимостью, по которой выпуклая ломаная короче всякой другой ломаной, ее объемлющей.

58. Периметръ равносторонняго треугольника равенъ 36 дюймамъ. Опредѣлить его сторону.

59. Периметръ равнобедреннаго треугольника равенъ 120 см. Одна изъ его сторонъ содержитъ a) 28 см., b) 70 см. Найти двѣ другія стороны.

60. Основаніе равнобедреннаго треугольника вмѣстѣ съ одной изъ боковыхъ его сторонъ имѣетъ длину 1 м. 9 дцм., а послѣдняя составляетъ $\frac{2}{3}$ основанія. Опредѣлить периметръ треугольника.

61. Периметръ треугольника равенъ 45 см. Опредѣлить стороны этого треугольника, зная, что ихъ отношеніе 2 : 3 : 4.

62. Стороны треугольника относятся между собой, какъ 5 : 7 : 10. Опредѣлить длину a) наибольшей стороны, если сумма двухъ другихъ равна 24 дюйм., b) наименьшей стороны, если разность двухъ другихъ равна 18 см.

63. Вычислить стороны треугольника, если одна изъ нихъ на 5 дюймовъ длиннѣе другой и на 2 дюйма короче третьей, а периметръ треугольника равенъ 36 дюймамъ.

64. Периметръ равнобедреннаго треугольника содержитъ 32 см., а разность неравныхъ сторонъ 4 см. Опредѣлить стороны.

65. Какую часть периметра равнобедреннаго треугольника составляетъ его основаніе, если отношеніе этого основанія къ боковой сторонѣ равно 2 : 5?

66a. Двѣ стороны равнобедреннаго треугольника соотвѣтственно равны 15 см. и 7 см. Найти длину третьей стороны.

66b. Въ равнобедренномъ треугольникѣ одна сторона 11 см., а другая a) 5 см., b) 6 см. Какая изъ нихъ служитъ основаніемъ?

67a. Въ какихъ цѣлыхъ числахъ можетъ выражаться длина одной стороны треугольника, если двѣ другія его стороны соотвѣтственно равны a) 6 см. и 10 см., b) 14 дцм. и 15 дцм.?

67b. Между какими предѣлами должна заключаться сторона треугольника, если двѣ другія его стороны равны: a) 7 дцм. и 3 дцм., b) 6 арш. и 13 арш., c) 15 саж. и 23 саж.?

68. Возможенъ ли треугольникъ, стороны котораго равны a) 9 см., 4 см. и 7 см., b) 5 дцм., 8 дцм. и 14 дцм., c) 2 саж., 2 арш. и 1 саж.?

69. Возможенъ ли треугольникъ a) съ периметромъ 30 м. и одной изъ сторонъ 12 м.; b) съ периметромъ 50 арш. и одной изъ сторонъ 26 арш.

70. Возможенъ ли треугольникъ, стороны котораго относятся между собой a) какъ 3 : 8 : 10; b) какъ 4 : 3 : 9.

71. Периметръ равносторонняго треугольника равенъ 19 дм. Какими цѣлыми числами можетъ выражаться длина наибольшей стороны этого треугольника?

72. Стороны треугольника выражаются цѣлыми числами; двѣ изъ нихъ равны соотвѣтственно 5 дм. и 1 дм. Опредѣлить длину третьей стороны и видъ треугольника.

73. Какого вида будетъ треугольникъ, если a) каждый изъ внутреннихъ его угловъ менѣе смежнаго съ нимъ внѣшняго? b) одинъ изъ его угловъ равенъ смежному съ нимъ внѣшнему углу? c) одинъ изъ его угловъ болѣе смежнаго съ нимъ внѣшняго?

74. Въ треугольникѣ ABC сторона $AB=16$ арш., а остальныя двѣ стороны содержатъ 8 арш. и 10 арш. Внутри треугольника взята точка O и соединена прямыми линіями съ вершинами A и B. Найти длину ломаной линіи $AO+OB$, зная, что она выражается цѣлымъ числомъ аршинъ.

75. Данъ треугольникъ со сторонами 5 фут., 6 фут. и 9 фут. Внутри треугольника отмѣчена точка, отстоящая отъ концовъ большей стороны на одинаковомъ разстояніи. Опредѣлить это разстояніе, зная, что оно выражается цѣлымъ числомъ футовъ.

76. Даны три стороны треугольника $a=8$ см., $b=11$ см и $c=17$ см. Если внутри этого треугольника взять точку O и соединить ее съ вершинами угловъ даннаго треугольника, то получатся три отрѣзка прямыхъ m, n и p. Между какими предѣлами должна заключаться сумма $m+n+p$?

77. Въ равнобедренномъ треугольникѣ ABC одна изъ равныхъ сторонъ (сторона AB) продолжена за вершину на разстояніе BD. Точка D соединена съ точкой C. Опредѣлить AC, если периметръ треугольника CDB равенъ 24 см., а периметръ треугольника ADC равенъ 39 см.

78. Изъ средины основанія AC треугольника ABC возставленъ перпендикуляръ до пересѣченія съ большей изъ двухъ другихъ сторонъ въ точкѣ D, которая соединена съ вершиною A. Периметръ образовавшагося треугольника ABD равенъ 18 см. Опредѣлить периметръ треугольника ABC, зная, что $AC=7$ см.

79. Въ равнобедренномъ треугольникѣ ABC, съ периметромъ 15 дм., проведена высота BD; периметръ образовавшагося треугольника ABD равенъ 11 дм. Найти высоту BD.

80. Въ равнобедренномъ треугольникѣ ABC съ основаніемъ AC периметръ равенъ 21 футу. Изъ вершины угла A треугольника проведена медіана AD. Периметръ треугольника ABD на 3 фута болѣе периметра треугольника ADC. Опредѣлить стороны AB, BC и AC.

Въ задачахъ №№ 81—85 примѣняются теоремы о перпендикулярѣ и наклонныхъ.

81. Изъ точки M внѣ прямой проведены къ этой прямой двѣ равныя наклонныя MA и MB и перпендикуляръ MC; разстояніе AB равно 7,5 фута. Опредѣлить разстояніе AC и CB.

82. Изъ средины стороны AC треугольника ABC возставленъ перпендикуляръ до пересѣченія со стороной AB (большей BC) въ точкѣ D; эта точка D отстоитъ отъ точки B на разстояніи 7 дм., а отъ точки C — на разстояніи 11 дм. Опредѣлить длину стороны AB.

83. Изъ точки A, лежащей внѣ прямой, проведены къ этой прямой перпендикуляръ AO и наклонная AB; эта наклонная составляетъ $\frac{5}{3}$ перпендикуляра AO и равна 25 дм. На продолженіи перпендикуляра AO по другую сторону прямой взята точка C такъ, что $AB = BC$. Опредѣлить длину AC.

84. Въ треугольникѣ ABC, съ основаніемъ $AC=10$ см., сторона AB больше стороны BC. Изъ вершины B къ основанію AC проведена наклонная BD, равная сторонѣ BC. Опредѣлить длину отрѣзка AD, зная, что высота BE треугольника дѣлитъ основаніе AC въ отношеніи $3:2$.

85. Въ треугольникѣ ABC сторона $AB=18$ фут. и $BC=12$ фут. Изъ средины основанія AC возставленъ перпендикуляръ (къ этому основанію) до пересѣченія со стороной AB въ точкѣ D. Опредѣлить периметръ треугольника BCD.

Діагонали многоугольника.

Многоугольникомъ, какъ извѣстно, называется часть плоскости ограниченная замкнутой ломаной линіей; прямыя, соединяющія вершины двухъ угловъ многоугольника, не прилежащихъ къ одной сторонѣ, называются его *діагоналями*.

Изъ каждой вершины угла многоугольника можно провести столько діагоналей, сколько многоугольникъ имѣетъ сторонъ безъ трехъ.

Діагонали многоугольника, выходящія изъ какой-либо его вершины, раздѣляютъ многоугольникъ на столько треугольниковъ, сколько онъ имѣетъ сторонъ безъ двухъ.

Изъ вопросовъ, которые могутъ быть разсмотрѣны при изученіи многоугольника, разберемъ слѣдующій:

Сколько *всего* діагоналей можно провести въ многоугольникѣ, проводя каждую только одинъ разъ?

Число всѣхъ діагоналей, которыя можно провести изъ одной вершины n-угольника равно $n-3$, а изъ n вершинъ діагоналей можно провести въ n разъ больше. Но каждая изъ этихъ прямыхъ будетъ проведена дважды; такъ, напр., будетъ проведена діагональ отъ первой вершины къ третьей и отъ третьей къ первой и т. п.

Такимъ образомъ, принимая во вниманіе только діагонали, проведенныя одинъ разъ, найдемъ, что общее число такихъ діагоналей будетъ вдвое меньше полученнаго, т.-е. будетъ равно $\frac{n(n-3)}{2}$.

86. Сколько прямыхъ можно провести ко всѣмъ вершинамъ пятиугольника a) изъ одной его вершины, b) изъ точки, лежащей внутри его, c) изъ точки лежащей на одной изъ его сторонъ?

87. На сколько треугольниковъ раздѣлится 15-угольникъ діагоналями, проведенными изъ одной его вершины?

88. Сколько сторонъ имѣетъ многоугольникъ, 1) если число всѣхъ діагоналей, проведенныхъ изъ одной его вершины равно 12; 2) если онъ разбитъ діагоналями, проведенными изъ одной его вершины, на 8 треугольниковъ?

89. Опредѣлить число всѣхъ діагоналей, которыя можно провести (изъ всѣхъ вершинъ) a) въ 13-угольникѣ, b) 20-угольникѣ, c) 36-угольникѣ.

Въ задачахъ №№ 90—94 приходится по условію составлять уравненія 1-й и 2-й степени съ 1 неизвѣстнымъ.

90. Сколько сторонъ имѣетъ многоугольникъ, въ которомъ число діагоналей, проведенныхъ изъ одной его вершины, въ $2\frac{1}{2}$ раза меньше числа его сторонъ.

91. Если число сторонъ многоугольника уменьшить въ 4 раза, то число діагоналей, проведенныхъ изъ одной его вершины, уменьшится на 15. Сколько сторонъ въ этомъ многоугольникѣ?

92. Сколько сторонъ имѣетъ многоугольникъ, въ которомъ число сторонъ въ $\frac{7}{6}$ раза больше числа треугольниковъ, на которые раздѣлился многоугольникъ діагоналями, проведенными изъ одной его вершины?

93. Число всѣхъ діагоналей, которыя можно провести изъ вершины многоугольника, на 16 больше половины числа его сторонъ. Сколько сторонъ имѣетъ многоугольникъ?

94. Число всѣхъ діагоналей, которыя можно провести изъ вершины многоугольника, на 25 меньше утроеннаго числа его сторонъ. Опредѣлить число сторонъ многоугольника.

Параллельныя прямыя и сѣкущая.

Какъ извѣстно, двѣ прямыя линіи образуютъ съ пересѣкающей ихъ третьей прямой 8 угловъ, между которыми, въ случаѣ параллельности двухъ первыхъ прямыхъ, существуетъ опредѣленная зависимость; этой зависимостью приходится пользоваться при рѣшеніи задачъ №№ 95—107.

95. Параллельны ли между собой двѣ прямыя линіи, если a) одинъ изъ внутреннихъ накрестъ-лежащихъ угловъ равенъ $\frac{2}{3}d$, а другой $0,(6)d$; b) одинъ изъ внутреннихъ накрестъ-лежащихъ угловъ на $\frac{1}{3}d$ больше другого; c) одинъ изъ внѣшнихъ накрестъ-лежащихъ угловъ на $\frac{3}{5}d$ меньше другого; d) одинъ изъ соотвѣтственныхъ угловъ равенъ $\frac{3}{5}d$, а другой $0,6d$; e) одинъ изъ соотвѣтственныхъ угловъ на $\frac{1}{4}d$ больше другого; f) сумма двухъ внѣшнихъ одностороннихъ угловъ равна $1,6d$; g) сумма двухъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ равна $3,5d$.

96. Двѣ параллельныя прямыя пересѣкаются третьей прямой такъ, что a) одинъ изъ образовавшихся внѣшнихъ одностороннихъ угловъ равенъ $\frac{8}{5}d$, b) одинъ изъ образовавшихся внутреннихъ одностороннихъ угловъ равенъ $\frac{3}{4}d$. Опредѣлить второй изъ этихъ угловъ.

97a. Двѣ параллельныя прямыя пересѣкаются третьей такъ, что a) сумма двухъ внутреннихъ накрестъ-лежащихъ угловъ равна $\frac{2}{3}d$; b) сумма двухъ внѣшнихъ накрестъ-лежащихъ угловъ равна $\frac{8}{3}d$. Опредѣлить всѣ остальные углы.

97b. Двѣ параллельныя прямыя пересѣкаются третьей такъ, что a) одинъ изъ внѣшнихъ одностороннихъ угловъ равенъ $\frac{2}{3}d$; b) одинъ изъ внѣшнихъ одностороннихъ угловъ въ 4 раза меньше смежнаго ему угла; c) одинъ изъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ на $\frac{4}{9}d$ больше смежнаго ему угла; d) сумма двухъ соотвѣтственныхъ угловъ равна $\frac{10}{9}d$; e) отношеніе двухъ внѣшнихъ одностороннихъ угловъ равно отношенію 2 : 3. Опредѣлить всѣ остальные углы.

98. Двѣ параллельныя прямыя пересѣкаются третьей прямой такъ, что a) одинъ изъ образовавшихся внутреннихъ одностороннихъ угловъ на $\frac{2}{3}d$ меньше смежнаго ему; b) одинъ изъ образовавшихся внѣшнихъ одностороннихъ угловъ равенъ $\frac{3}{5}$ смежнаго ему. Опредѣлить всѣ углы.

99. Двѣ прямыя пересѣкаются третьей такъ, что одинъ изъ двухъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ равенъ $\frac{3}{4}d$, а другой $\frac{13}{12}d$. На какой уголъ надо повернуть одну изъ двухъ первыхъ прямыхъ, чтобы онѣ стали параллельны?

100. Двѣ параллельныя прямыя пересѣчены третьей. Изъ точки пересѣченія сѣкущей съ одной изъ этихъ параллельныхъ прямыхъ опущенъ перпендикуляръ на другую. Опредѣлить уголъ между этимъ перпендикуляромъ и сѣкущей, если a) одинъ изъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ, прилежащій къ искомому углу, равенъ $\frac{4}{9}d$; b) одинъ изъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ, часть котораго составляетъ искомый, равенъ $\frac{4}{3}d$.

101. Двѣ параллельныя прямыя пересѣкаются третьей такъ, что одинъ изъ внѣшнихъ угловъ равенъ $\frac{4}{9}d$. Опредѣлить уголъ, образованный биссектриссой вертикальнаго данному угла съ одной изъ параллельныхъ прямыхъ.

102. Двѣ параллельныя прямыя пересѣчены третьей такъ, что одинъ изъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ равенъ $\frac{8}{9}d$. Опредѣлить уголъ, образованный биссектриссою этого угла со второй изъ двухъ параллельныхъ прямыхъ.

103. Двѣ параллельныя прямыя пересѣкаются третьей прямой такъ, что биссектрисса одного изъ внутреннихъ накрестъ-лежащихъ угловъ встрѣчаетъ одну изъ параллелей подъ острымъ угломъ, который на $\frac{3}{5}d$ меньше другого изъ внутреннихъ накрестъ-лежащихъ угловъ. Опредѣлить каждый изъ этихъ угловъ.

104. Двѣ параллельныя прямыя пересѣчены третьей прямой. Въ какомъ взаимномъ положеніи находятся биссектриссы: a) двухъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ; b) двухъ соотвѣтственныхъ угловъ; c) двухъ внутреннихъ или внѣшнихъ накрестъ-лежащихъ угловъ?

105. Двѣ параллельныя прямыя пересѣчены третьей прямой такъ, что полученные внутренніе односторонніе углы относятся между собой, какъ 2 : 9. Опредѣлить каждый изъ внѣшнихъ одностороннихъ угловъ.

106. Внутренняя часть сѣкущей двухъ параллельныхъ прямыхъ раздѣлена пополамъ и черезъ точку дѣленія проведена прямая, отрѣзокъ которой между параллельными равенъ 10 см. Опредѣлить часть этой прямой отъ средины сѣкущей до пересѣченія съ одной изъ параллельныхъ прямыхъ.

107. Прямая пересѣкаетъ двѣ параллельныя прямыя подъ прямымъ угломъ; отрѣзокъ ея между параллельными равенъ 14 см. Биссектриссы одного изъ внутреннихъ угловъ и угла ему смежнаго отсѣкаютъ отъ одной изъ параллелей нѣкоторый отрѣзокъ. Опредѣлить длину этого отрѣзка.

Въ нижепомѣщенныхъ задачахъ слѣдуетъ пользоваться зависимостью между углами, стороны которыхъ взаимно-параллельны или взаимно-перпендикулярны.

108. На сторонѣ тупого угла отъ его вершины отложенъ отрѣзокъ, равный 10 см., и черезъ конецъ его проведена прямая, параллельная другой сторонѣ этого угла. Данный уголъ раздѣленъ пополамъ. Опредѣлить отрѣзокъ параллели, который отсѣчетъ биссектрисса.

109. Изъ точки, взятой внутри угла, равнаго $\frac{8}{5}d$, проведены прямыя, параллельныя его сторонамъ. Опредѣлить уголъ между этими прямыми.

110. Изъ точки, взятой внутри угла, равнаго $\frac{5}{6}d$, опущены перпендикуляры на его стороны. Опредѣлить уголъ между этими перпендикулярами.

111a. Черезъ точку, взятую внутри угла, равнаго $\frac{5}{7}d$, проведены двѣ прямыя: одна — параллельно одной изъ сторонъ угла и другая — перпендикулярно къ другой сторонѣ. Опредѣлить уголъ между этими прямыми.

111b. Изъ точки, взятой внутри угла, равнаго $\frac{9}{5}d$, проведены двѣ прямыя: одна — параллельно одной изъ сторонъ угла, другая — перпендикулярно къ другой сторонѣ. Опредѣлить уголъ между этими прямыми.

112. Изъ точки, взятой на сторонѣ угла, равнаго $\frac{7}{9}d$, возставленъ внутри угла перпендикуляръ къ этой же сторонѣ и опущенъ перпендикуляръ на другую сторону. Опредѣлить уголъ между этими перпендикулярами.

113. Въ треугольникѣ ABC углы соотвѣтственно равны $\frac{2}{5}d$, $\frac{4}{3}d$, $\frac{4}{15}d$. Черезъ точку M, взятую на сторонѣ BC этого треугольника, проведены прямыя, параллельныя двумъ другимъ его сторонамъ, а черезъ точку N, отмѣченную на первой изъ этихъ прямыхъ, проведена прямая NP, параллельная сторонѣ BC. Опредѣлить углы треугольника MNP.

114. Изъ точки O, лежащей внѣ треугольника ABC, опущены перпендикуляры OM и ON на его стороны. Изъ точки P, взятой на одномъ изъ этихъ перпендикуляровъ, опущенъ перпендикуляръ PS на третью сторону даннаго треугольника. Опредѣлить углы треугольника, образованнаго взаимнымъ пересѣченіемъ этихъ перпендикуляровъ, если углы даннаго треугольника соотвѣтственно равны $\frac{4}{5}d$, $\frac{3}{7}d$ и $\frac{27}{35}d$.

Углы треугольника.

При рѣшеніи задачъ №№ 115—130 встрѣчается весьма важное соотношеніе: сумма внутреннихъ угловъ всякаго треугольника равна $2d$; кромѣ этой теоремы въ задачахъ №№ 131—147 примѣняются и слѣдствія изъ нея.

115. Въ прямоугольномъ треугольникѣ одинъ изъ острыхъ угловъ равенъ $\frac{7}{13}d$. Опредѣлить другой острый уголъ.

116. Въ треугольникѣ одинъ уголъ равенъ $\frac{5}{6}d$, а другой $\frac{4}{5}d$. Найти третій уголъ.

117. Опредѣлить углы треугольника, если извѣстно, что одинъ уголъ вдвое больше другого, а третій равенъ суммѣ первыхъ двухъ угловъ.

118. Опредѣлить углы треугольника, если они относятся между собой, какъ 3 : 7 : 2.

119. Отношеніе внѣшнихъ угловъ треугольника равно 4 : 6 : 5. Опредѣлить внутренніе углы треугольника.

120. Какой видъ имѣетъ треугольникъ (т.-е. будетъ ли онъ остроугольный, прямоугольный или тупоугольный), если одинъ изъ его угловъ a) равенъ суммѣ двухъ остальныхъ, b) болѣе суммы двухъ остальныхъ, c) если каждый уголъ менѣе суммы двухъ остальныхъ.

121. Какой видъ имѣетъ треугольникъ (т.-е. будетъ ли онъ остроугольный, прямоугольный, равнобедренный или тупоугольный), если его углы относятся между собой, какъ:

a) 1 : 1 : 1, b) 3 : 5 : 2, c) 6 : 7 : 7, d) 8 : 3 : 4,
e) 5 : 7 : 9, f) 4 : 15 : 11, g) 3 : 4 : 5, h) 10 : 12 : 23,
к) 9 : 2 : 9, l) 2 : 5 : 9, m) 18 : 7 : 11, n) 13 : 17 : 28.

122. Одинъ изъ острыхъ угловъ прямоугольнаго треугольника равенъ $\frac{d}{2}$. Опредѣлить каждый изъ его катетовъ, если сумма ихъ равна 10 см.

123. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, образуетъ съ однимъ изъ катетовъ уголъ въ $\frac{5}{7}d$. Опредѣлить острые углы треугольника.

124. Въ треугольникѣ *ABC* внѣшній уголъ при вершинѣ *A* въ $2\frac{1}{2}$ раза больше угла *B* и въ $1\frac{2}{3}$ раза больше угла *C*. Опредѣлить углы треугольника, если уголъ *A* его равенъ $\frac{8}{9}d$.

125. Сумма двухъ внѣшнихъ угловъ треугольника равна $2\frac{3}{4}d$. Опредѣлить внутренній, не смежный съ ними, уголъ.

126. Одинъ изъ угловъ треугольника увеличиваютъ на $\frac{3}{4}d$, а другой уменьшаютъ на $\frac{d}{4}$. Какъ при этомъ измѣнится третій уголъ треугольника?

127. Опредѣлить уголъ, подъ которымъ пересѣкаются между собой биссектриссы острыхъ угловъ прямоугольнаго треугольника.

128. Опредѣлить уголъ, составленный двумя прямыми, дѣлящими пополамъ внутренніе односторонніе углы, образованные сѣкущей съ двумя параллельными прямыми.

129. Уголъ при основаніи равнобедреннаго треугольника на $\frac{2}{5}d$ болѣе угла при его вершинѣ. Опредѣлить углы треугольника.

130. Уголъ при вершинѣ равнобедреннаго треугольника въ $\frac{2}{3}$ раза меньше угла при основаніи. Опредѣлить углы треугольника.

131. Внѣшній уголъ при вершинѣ равнобедреннаго треугольника $\frac{9}{8}d$. Какая изъ сторонъ треугольника наибольшая?

132. Внѣшній уголъ при одной изъ вершинъ равнобедреннаго треугольника составляетъ $\frac{3}{4}$ своего смежнаго. Опредѣлить углы треугольника.

133. Въ равнобедренномъ треугольникѣ *ABC* основаніе *AC* продолжено за точку *C*, на продолженіи его отложена часть *CD*=*BC* и точки *B* и *D* соединены прямой. Опредѣлить уголъ *BDC*, если уголъ *ABC* равенъ $\frac{4}{9}d$.

134. Одинъ изъ угловъ треугольника равенъ $\frac{3}{4}d$, а внѣшній, несмежный съ нимъ уголъ, равенъ $\frac{4}{3}d$. Опредѣлить углы треугольника.

135. Изъ нѣкоторой точки внутри треугольника опущены перпендикуляры на стороны треугольника; эти перпендикуляры образуютъ между собой три угла, изъ которыхъ одинъ равенъ $\frac{4}{3}d$, а другой $\frac{3}{2}d$. Опредѣлить углы треугольника.

136. Биссектрисса одного изъ внѣшнихъ угловъ треугольника составляетъ съ прилежащей къ ней стороной треугольника уголъ въ $\frac{2}{3}d$. Опредѣлить уголъ, который составляетъ съ этой же стороной треугольника биссектрисса внутренняго угла при той же вершинѣ.

137. Одинъ изъ угловъ треугольника равенъ $\frac{3}{5}d$. Биссектрисса этого угла образуетъ съ противоположной стороной уголъ въ $\frac{19}{20}d$. Опредѣлить углы треугольника.

138. Внутри треугольника *ABC* взята точка *O* и проведены прямыя *AO* и *CO*. Какой изъ угловъ *ABC* и *AOC* больше и почему?

139. Въ треугольникѣ *ABC* проведены биссектриссы угловъ *A* и *C*, пересѣкающіяся въ точкѣ *O*. Уголъ *AOC* равенъ $\frac{7}{6}d$. Опредѣлить уголъ *ABC*.

140. Уголъ треугольника содержитъ $\frac{3}{4}d$. Опредѣлить уголъ между биссектриссами двухъ другихъ угловъ треугольника.

141. Въ треугольникѣ ABC уголъ $A=\frac{3}{4}d$, а уголъ $C=\frac{4}{3}d$. Сторона AC продолжена за точку C на разстояніе $CD=CB$ и за точку A на разстояніе $AE=AB$. Точки D и E соединены съ B. Опредѣлить углы треугольника DAE.

142a. На гипотенузѣ AB прямоугольнаго треугольника ABC отложены отъ ея концовъ части $AD=AC$ и $BE=BC$, и точки D и E соединены съ C. Опредѣлить уголъ DCE.

142b. На продолженіяхъ гипотенузы AB прямоугольнаго треугольника ABC отложены отъ ея концовъ части $AD=AC$ и $BE=BC$, и точки D и E соединены съ C. Опредѣлить уголъ DCE.

143. Въ равнобедренномъ треугольникѣ ABC съ основаніемъ AC биссектрисса угла A дѣлитъ данный треугольникъ на два новыхъ такъ, что $BD=AD=AC$. Опредѣлить углы равнобедреннаго треугольника ABC.

144. Въ треугольникѣ ABC прямая AD служитъ медіаной стороны BC. Найти величину угла BAC, если извѣстно, что $BD=AD=DC$.

145. Одинъ изъ острыхъ угловъ прямоугольнаго треугольника равенъ $\frac{3}{8}d$. Опредѣлить величину угла, образуемаго медіаной и высотой, выходящими изъ вершины прямого угла.

146. Два угла треугольника равны соотвѣтственно $\frac{2}{3}d$ и $\frac{5}{6}d$. Опредѣлить уголъ между высотою и биссектриссою, выходящими изъ вершины третьяго угла.

147. Въ треугольникѣ ABC уголъ $A=\frac{2}{3}d$; уголъ $C=\frac{4}{5}d$. Изъ концовъ стороны AC возставлены перпендикуляры къ сторонамъ AB и BC до пересѣченія въ точкѣ D. Опредѣлить углы треугольника ADC.

Углы многоугольника.

Сумма внутреннихъ угловъ выпуклаго многоугольника равна $2d(n-2)$, гдѣ n—число сторонъ даннаго многоугольника. Если продолжить (въ одномъ и томъ же направленіи) стороны многоугольника, то сумма образовавшихся при этомъ внѣшнихъ угловъ равна $4d$.

148. Сколько угловъ образовалось при вершинѣ n-угольника, если черезъ эту вершину проведены діагонали ко всѣмъ остальнымъ?

149. Опредѣлить сумму внутреннихъ угловъ: a) 6-угольника b) 8-угольника; c) 10-угольника; d) 15-угольника.

150. Чему кратна сумма внутреннихъ угловъ всякаго многоугольника?

151. Сколько сторонъ имѣетъ многоугольникъ, если сумма внутреннихъ угловъ его равна a) $14d$; b) $30d$; c) $22d$; d) $17d$?

152. Что больше — сумма внѣшнихъ угловъ 7-угольника, 15-угольника, или сумма внутреннихъ угловъ четыреугольника?

153. Чему равенъ каждый внутренній уголъ правильнаго a) десятиугольника; b) 12-угольника; c) n-угольника?

154. Опредѣлить внутренніе углы пятиугольника, если они относятся между собой, какъ 4 : 5 : 6 : 7 : 8.

155. Въ какомъ многоугольникѣ сумма внутреннихъ угловъ a) вдвое больше, чѣмъ у 8-угольника? b) втрое меньше, чѣмъ у 17-угольника?

156. Какъ измѣнится сумма внутреннихъ угловъ многоугольника, если число его сторонъ увеличить a) на 3; b) на 8?

157. Въ четыреугольникѣ первый уголъ вдвое меньше второго, второй равенъ $\frac{1}{3}$ части третьяго, а третій $\frac{3}{4}$ четвертаго. Опредѣлить углы этого четыреугольника.

158. Внѣшніе углы пятиугольника пропорціональны числамъ 1 : 2 : 3 : 5 : 7. Какимъ числамъ пропорціональны внутренніе углы этого же пятиугольника?

159. Сколько сторонъ имѣетъ многоугольникъ и чему равенъ внѣшній уголъ, если сумма его внутреннихъ угловъ вмѣстѣ съ этимъ внѣшнимъ равна a) $21\frac{2}{5}d$; b) $13{,}5d$; c) $15d$; d) $5\frac{3}{7}d$; e) $18{,}2d$?

160. Сколько сторонъ имѣетъ многоугольникъ, въ которомъ сумма всѣхъ его внутреннихъ угловъ a) на $26d$, b) въ 4 раза, больше суммы его внѣшнихъ угловъ, полученныхъ отъ продолженія сторонъ въ одномъ направленіи?

161. Сколько сторонъ имѣетъ многоугольникъ, въ которомъ сумма всѣхъ его внутреннихъ угловъ на $18\frac{3}{5}d$ больше одного изъ его внѣшнихъ угловъ?

162. На сколько сумма девяти внутреннихъ угловъ десятиугольника больше внѣшняго угла, смежнаго съ десятымъ внутреннимъ?

163. Сколько сторонъ имѣетъ правильный многоугольникъ, каждый изъ внутреннихъ угловъ котораго равенъ a) $\frac{3}{2}d$; b) $\frac{6}{5}d$; c) $\frac{5}{3}d$, d) $1\frac{4}{5}d$?

164. Сколько сторонъ имѣетъ правильный многоугольникъ, одинъ изъ внѣшнихъ угловъ котораго равенъ $\frac{2}{3}d$?

165. На плоскости даны 5 точекъ, при чемъ никакія три изъ нихъ не лежатъ на одной прямой; эти точки соединены черезъ одну прямыми линіями. Опредѣлить сумму угловъ (острыхъ), образовавшихся при этихъ точкахъ.

Параллелограммы и трапеціи.

Параллелограммомъ, какъ извѣстно, называется четыреугольникъ, у котораго противоположныя стороны попарно параллельны. Во всякомъ параллелограммѣ:

1. Противоположные углы равны между собой.
2. Сумма угловъ, прилежащихъ къ одной сторонѣ, равна $2d$.
3. Противоположныя стороны попарно равны другъ другу.
4. Каждая изъ діагоналей дѣлитъ параллелограммъ на два равныхъ между собой треугольника.
5. Діагонали въ точкѣ ихъ пересѣченія взаимно дѣлятся пополамъ.

Указанныя соотношенія примѣняются при рѣшеніи задачъ №№ 166—177.

166. Опредѣлить каждый изъ угловъ параллелограмма, если одинъ изъ нихъ равенъ $\frac{4}{13}d$.

167. Опредѣлить каждый изъ угловъ параллелограмма, если одинъ изъ угловъ при его основаніи на $\frac{1}{6}d$ меньше другого.

168. Въ параллелограммѣ углы при основаніи относятся между собою, какъ 2 : 5. Опредѣлить каждый изъ нихъ.

169. Сумма двухъ угловъ, прилежащихъ съ одной стороны къ діагонали параллелограмма, равна половинѣ угла параллелограмма, противолежащаго этой діагонали. Опредѣлить углы параллелограмма.

170. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины тупого угла параллелограмма на одну изъ сторонъ, образуетъ съ непараллельной ей стороной уголъ въ $\frac{1}{3}d$. Опредѣлить углы этого параллелограмма.

171. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины тупого угла параллелограмма на противолежащую діагональ, дѣлитъ ее въ отношеніи 1 : 3. Опредѣлить углы параллелограмма, если уголъ между его діагоналями равенъ $\frac{2}{5}d$.

172. Периметръ параллелограмма 30 фут.; одна изъ его сторонъ на 5 фут. меньше другой. Опредѣлить стороны этого параллелограмма.

173. Одна изъ сторонъ параллелограмма, равная 10 см., составляетъ $\frac{1}{6}$ часть всего периметра. Опредѣлить другую, неравную первой, сторону этого параллелограмма.

174. Одна изъ сторонъ параллелограмма равна 10 см. Могутъ ли діагонали этого параллелограмма равняться a) 8 см. и 12 см.; b) 12 см. и 18 см.; c) 5 см. и 7 см.?

175. Периметръ параллелограмма равенъ 24 см., а периметръ одного изъ треугольниковъ, на которые параллелограммъ раздѣленъ діагональю, равенъ 17 см. Опредѣлить длину этой діагонали.

176. Діагонали раздѣляютъ параллелограммъ на четыре треугольника; сумма периметровъ двухъ смежныхъ изъ этихъ треугольниковъ равна 48 см., а периметръ параллелограмма равенъ 68 см. Опредѣлить діагонали параллелограмма, если онѣ относятся, какъ 5 : 6.

Если всѣ стороны параллелограмма равны между собою, то такой параллелограммъ называютъ *ромбомъ*.

Для ромба остаются вѣрными всѣ свойства параллелограмма, но, кромѣ нихъ, ромбъ обладаетъ еще слѣдующими:

1) Діагонали его взаимно перпендикулярны и 2) дѣлятъ углы ромба пополамъ.

На основаніи этихъ соотношеній рѣшаются задачи №№ 177—183.

Кромѣ того, полезно имѣть въ виду слѣдующее: если въ прямоугольномъ треугольникѣ острый уголъ равенъ $\frac{1}{3}d$, то противолежащій ему катетъ равенъ половинѣ гипотенузы*).

177. Опредѣлить углы ромба, діагональ котораго образуетъ съ одной изъ сторонъ уголъ, равный $\frac{2}{3}d$.

178. Одинъ изъ угловъ ромба равенъ $\frac{4}{3}d$, а большая діагональ равна 5 см. Опредѣлить разстояніе точки пересѣченія діагоналей отъ стороны ромба.

179. Разность угловъ, образованныхъ одной изъ сторонъ ромба съ діагоналями, равна $\frac{1}{3}d$. Опредѣлить углы ромба.

180. Діагонали ромба образуютъ съ его стороной углы, отношеніе которыхъ равно 2 : 3. Опредѣлить углы ромба.

---

*) Си. указаніе въ концѣ 53 стран.

181. Уголъ, образуемый перпендикулярами, опущенными изъ вершины тупого угла ромба на его стороны, равенъ $\frac{2}{5}d$. Опредѣлить углы ромба.

182. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины тупого угла ромба на сторону, дѣлитъ ее пополамъ. Опредѣлить углы ромба.

183. Опредѣлить уголъ, составленный двумя прямыми, соединяющими середину одной стороны ромба съ срединами двухъ прилежащихъ къ ней другихъ его сторонъ.

Если всѣ углы параллелограмма прямые, то такой параллелограммъ называется *прямоугольникомъ*. Кромѣ общихъ свойствъ параллелограмма прямоугольникъ обладаетъ еще слѣдующимъ: діагонали прямоугольника равны между собой.

184. Діагональ прямоугольника образуетъ съ одной изъ его сторонъ уголъ, равный $\frac{3}{7}$ d. Опредѣлить углы между діагоналями этого прямоугольника.

185. Уголъ между діагоналями прямоугольника равенъ $\frac{4}{5}d$. Опредѣлить углы, образованные діагоналями со сторонами этого прямоугольника.

186. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямоугольника на его діагональ, дѣлитъ ее въ отношеніи 1 : 3. Опредѣлить углы, образуемые діагональю со сторонами прямоугольника.

187. Периметръ прямоугольника равенъ 52 см. Точка пересѣченія его діагоналей находится на 7 см. ближе къ большей сторонѣ, чѣмъ къ меньшей. Опредѣлить стороны прямоугольника.

188. Периметръ прямоугольника равенъ 56 дцм. Прямая, дѣлящая уголъ прямоугольника пополамъ, дѣлитъ сторону прямоугольника въ отношеніи 4 : 5. Опредѣлить стороны этого прямоугольника.

189. Діагонали прямоугольника пересѣкаются подъ угломъ въ $\frac{2}{3}d$. Опредѣлить длину діагонали этого прямоугольника, если разстояніе отъ точки пересѣченія діагоналей до большей стороны прямоугольника равно 3 дюйм.

190. Въ прямоугольникѣ сумма діагонали и меньшей стороны равна 4,2 дюйм. Опредѣлить длину діагонали, если большій изъ угловъ между діагоналями равенъ $\frac{4}{3}d$.

Параллелограммъ, у котораго всѣ стороны равны между собой и всѣ углы прямые, называется *квадратомъ*. Такъ какъ квадратъ есть одновременно параллелограммъ, прямоугольникъ и ромбъ, то онъ соединяетъ въ себѣ всѣ свойства этихъ фигуръ.

191. Опредѣлить уголъ, образованный a) діагональю квадрата съ одной изъ его сторонъ, b) діагоналями квадрата между собой.

192. Опредѣлить разстояніе отъ точки пересѣченія діагоналей квадрата до его стороны, если эта сторона равна 14 см.

193. Периметръ квадрата равенъ 48 см. На отрѣзкѣ, равномъ $\frac{3}{4}$ стороны этого квадрата, построенъ второй квадратъ. Опредѣлить a) его периметръ; b) отношеніе периметровъ этихъ квадратовъ.

194. Сумма діагоналей квадрата 8 фут. Опредѣлить разстояніе точки пересѣченія діагоналей отъ вершины квадрата.

195. Катетъ равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника равенъ 2 фут. Внутри этого треугольника построенъ квадратъ такъ, что двѣ изъ его сторонъ совпадаютъ съ катетами, а одна изъ вершинъ лежитъ на гипотенузѣ. Опредѣлить сторону этого квадрата.

196. Периметръ прямоугольника равенъ периметру квадрата со стороной въ 8 см.; разность сторонъ прямоугольника равна 4 см. Опредѣлить эти стороны.

197. Периметръ прямоугольника равенъ 24 дцм. Если соединить средины его большихъ сторонъ, то прямоугольникъ разобьется на два квадрата. Опредѣлить стороны прямоугольника.

198. Опредѣлить сторону квадрата, периметръ котораго равенъ периметру прямоугольника со сторонами 16 см. и 14 см.

199. Периметръ квадрата на 40 см. меньше периметра даннаго прямоугольника, отношеніе неравныхъ сторонъ котораго равно 1 : 2. Опредѣлить сторону квадрата, если она составляетъ половину меньшей стороны прямоугольника.

Прямая, соединяющая средины двухъ сторонъ треугольника (средняя линія треугольника), параллельна третьей сторонѣ его и равна половинѣ этой стороны.

200. Въ треугольникѣ, периметръ котораго равенъ 22,7 см., стороны раздѣлены пополамъ и точки дѣленія соединены между собой.

Опредѣлить стороны полученнаго треугольника, если большая сторона даннаго на 2,6 см. больше одной и на 2,7 см. больше другой стороны большаго треугольника.

201. Въ равнобедренномъ прямоугольномъ треугольникѣ, гипотенуза котораго равна 4 метр., опущенъ перпендикуляръ на гипотенузу. Черезъ средину этого перпендикуляра проведена прямая, параллельная гипотенузѣ и изъ точекъ ея пересѣченія съ катетами опущены перпендикуляры на гипотенузу. Опредѣлить периметръ образовавшагося прямоугольника.

202. Средины сторонъ параллелограмма соединены послѣдовательно прямыми линіями. Опредѣлить периметръ полученнаго четыреугольника, если діагонали параллелограмма равны 7 см. и 8 см.

203. Средина одной изъ сторонъ ромба соединена съ срединами двухъ прилежащихъ къ первой сторонъ. Опредѣлить діагонали ромба, если длины полученныхъ прямыхъ равны 3 см. и 4 см.

204. Діагональ прямоугольника равна 13 см.. Опредѣлить периметръ и видъ фигуры, полученной отъ послѣдовательнаго соединенія прямыми срединъ сторонъ этого прямоугольника.

205. Периметръ параллелограмма равенъ 12 дюймамъ. Средины сторонъ его послѣдовательно соединены между собой прямыми. Опредѣлить сумму діагоналей полученной такимъ образомъ фигуры.

Если въ выпукломъ четыреугольникѣ какія-либо двѣ противоположныя стороны параллельны, то такой четыреугольникъ, какъ извѣстно, называется *трапеціей*. Свойство трапеціи слѣдующее:

Прямая, соединяющая средины непараллельныхъ сторонъ трапеціи (средняя линія трапеціи), параллельна основаніямъ этой трапеціи, а часть этой прямой, содержащаяся между непараллельными сторонами, равна полусуммѣ основаній трапеціи.

206. Какого вида будетъ четыреугольникъ, въ которомъ a) сумма двухъ угловъ, прилежащихъ къ одной сторонѣ, равна суммѣ двухъ другихъ угловъ; b) сумма двухъ угловъ, прилежащихъ къ одной сторонѣ, равна суммѣ двухъ другихъ угловъ, и два противоположныхъ угла равны между собой?

207. Углы трапеціи, прилежащіе къ одному изъ основаній ея, равны $\frac{8}{5}d$ и $\frac{22}{15}d$. Опредѣлить остальные углы.

208. Тупой уголъ равнобедренной трапеціи въ 5 разъ больше остраго угла этой же трапеціи. Опредѣлить каждый изъ этихъ угловъ.

209. Діагональ равнобедренной трапеціи образуетъ съ большимъ основаніемъ уголъ, равный $\frac{1}{4}d$, а съ боковой стороной уголъ, равный $\frac{5}{4}d$. Опредѣлить углы трапеціи.

210. Внутренній уголъ трапеціи, прилежащій къ большему основанію ея, равенъ $\frac{41}{45}d$; внѣшній уголъ, прилежащій къ другому концу того же основанія, равенъ $\frac{51}{45}d$. Опредѣлить каждый изъ угловъ трапеціи.

211. Возможна ли трапеція, стороны которой равны послѣдовательно 1) 3 см., 4 см., 5 см. и 12 см.; 2) 10 дцм., 13 см., 17 дцм. и 34 дцм.; 3) относятся, какъ 2 : 3 : 7 : 15.

212. Периметръ трапеціи равенъ 45 см.; сумма непараллельныхъ сторонъ ея равна 20 см. Опредѣлить длину средней линіи этой трапеціи.

213. Периметръ трапеціи больше суммы непараллельныхъ сторонъ ея на 13 фут. Опредѣлить длину средней линіи этой трапеціи.

213*a*. Длина средней линіи трапеціи равна 27 см., а одно изъ ея основаній вдвое меньше другого. Опредѣлить каждое изъ основаній этой трапеціи.

214. Три параллельныя прямыя, находящіяся на равныхъ разстояніяхъ другъ отъ друга, пересѣчены двумя непараллельными прямыми, отсѣкающими отъ параллельныхъ два отрѣзка, изъ которыхъ средній равенъ 25 см., а одинъ изъ крайнихъ въ 4 раза больше другого крайняго. Опредѣлить эти отрѣзки.

215. Діагонали, проведенныя въ равнобедренной трапеціи, дѣлятъ углы, прилежащіе къ большему основанію, пополамъ. Сумма меньшаго основанія трапеціи съ непараллельными сторонами ея равна 22 см. Опредѣлить каждую изъ этихъ сторонъ.

216. Основанія трапеціи равны 40 см. и 11 см.; непараллельныя стороны равны 13 см. и 29 см. Опредѣлить каждый изъ трехъ отрѣзковъ, на которые биссектриссы тупыхъ угловъ этой трапеціи раздѣлятъ большее основаніе.

217. Въ равнобедренной трапеціи меньшее основаніе равно боковой сторонѣ. Черезъ одинъ конецъ меньшаго основанія проведена прямая, параллельная боковой сторонѣ. Опредѣлить периметръ каждой изъ получившихся фигуръ, если средняя линія трапеціи равна 10 см., а боковая сторона 5 см.

218. Въ трапеціи, средняя линія которой равна 15 см., а меньшее основаніе 5 см., опущены перпендикуляры изъ вершинъ тупыхъ угловъ на большее основаніе. Опредѣлить длину полученныхъ отрѣзковъ средней линіи и длину боковой стороны, если каждый изъ угловъ, прилежащихъ къ большему основанію, равенъ $\frac{2}{3}d$.

219. Периметръ прямоугольной трапеціи $ABCD$ равенъ 1 метр. Меньшее основаніе ея BC равно меньшей боковой сторонѣ AB. Изъ средины E меньшаго основанія опущенъ перпендикуляръ EF на среднюю линію GH трапеціи. Опредѣлить периметръ трапеціи $EFHC$, если $AD=35$ см. и $CD=25$ см.

Общая мѣра отрѣзковъ прямой. Измѣреніе отрѣзковъ прямой. Отношеніе длинъ отрѣзковъ прямой.

Измѣрить отрѣзокъ прямой значитъ узнать, сколько разъ въ немъ содержится другой отрѣзокъ или какая-нибудь часть этого отрѣзка.

Отрѣзокъ прямой, содержащійся въ каждомъ изъ данныхъ цѣлое число разъ, называютъ *общей мѣрой* этихъ отрѣзковъ; такихъ отрѣзковъ, служащихъ общей мѣрой, можно найти сколько угодно; поэтому условились при измѣреніи отрѣзковъ находить *наибольшую* общую мѣру, которая, понятно, для данныхъ отрѣзковъ, будетъ единственной

Отрѣзки прямой, имѣющіе общую мѣру, называются соизмѣримыми; но есть отрѣзки, для которыхъ не существуетъ никакой общей мѣры; такіе отрѣзки называются несоизмѣримыми; они могутъ быть измѣрены только приближенно съ желаемой степенью точности.

Измѣряя данный отрѣзокъ, мы сравниваемъ его длину съ длиной отрѣзка, принятаго за единицу мѣры, иначе говоря, находимъ отношеніе длинъ двухъ отрѣзковъ и выражаемъ это отношеніе числомъ.

220. Меньшій изъ двухъ данныхъ отрѣзковъ прямой укладывается въ большемъ 3 раза съ остаткомъ; остатокъ укладывается въ меньшемъ отрѣзкѣ ровно 7 разъ. Какими числами выражаются длины данныхъ отрѣзковъ, если ихъ общая наибольшая мѣра принята за единицу?

221. Найти отношеніе отрѣзка AB прямой къ отрѣзку CD, зная, что $AB=2CD+EB$, $CD=3EB+FD$, $EB=2FD+GB$ и $FD=4GB$.

222. Изъ двухъ данныхъ отрѣзковъ прямой AB и CD меньшій CD укладывается въ AB 4 раза съ остаткомъ EB; остатокъ EB укладывается въ CD 3 раза съ остаткомъ FD, а этотъ послѣдній уложился въ EB ровно 5 разъ. Найти длину данныхъ отрѣзковъ AB и CD, если $FD=0{,}5$ верш.

223. Изъ двухъ данныхъ отрѣзковъ прямой AB и CD меньшій CD уложился въ AB 5 разъ съ остаткомъ EB; остатокъ EB уложился въ CD 2 раза съ остаткомъ FD; остатокъ FD уложился 6 разъ въ EB съ новымъ остаткомъ GB, который уложился въ FD ровно 3 раза. Выразить каждый изъ отрѣзковъ въ частяхъ GB и найти отношеніе AB къ CD.

224. Общая мѣра двухъ отрѣзковъ прямой содержится въ одной изъ нихъ 91 разъ, въ другой 62 раза. Сколько разъ меньшій отрѣзокъ укладывается въ большемъ, первый остатокъ въ меньшемъ отрѣзкѣ, второй остатокъ въ первомъ и т. д.?

225. Отрѣзокъ прямой укладывается въ аршинѣ 3 раза съ остаткомъ; остатокъ укладывается въ данномъ отрѣзкѣ 4 раза съ новымъ остаткомъ, а этотъ послѣдній укладывается въ первомъ остаткѣ ровно 2 раза. Опредѣлить длину отрѣзка прямой.

226. Опредѣлить длину отрѣзка прямой, если извѣстно, что дюймъ уложился въ немъ 3 раза съ остаткомъ, а остатокъ уложился въ дюймѣ 5 разъ.

227. Въ отрѣзкѣ AB общая наибольшая мѣра укладывается 20 разъ, а въ отрѣзкѣ CD 13 разъ. Какимъ числомъ выразится отрѣзокъ CD, если отрѣзокъ AB принять за единицу мѣры.

228. Для отрѣзковъ AB и CD найдена общая наибольшая мѣра m такъ, что $AB=12m$ и $CD=7m$; для отрѣзковъ EF и GH найдена общая наибольшая мѣра n такъ, что $EF=9n$ и $GH=11n$; наконецъ, для отрѣзковъ m и n найдена общая наибольшая мѣра p такъ, что $m=4p$ и $n=3p$. Найти отношенія $AB:EF$ и $CD:GH$.

229. При опредѣленіи общей мѣры двухъ отрѣзковъ AB и CD найдено: $AB=42$ см. и четвертый остатокъ выразился черезъ 0,6 см. Вѣренъ ли этотъ остатокъ?

230. Общая мѣра двухъ отрѣзковъ прямой содержится въ одной изъ нихъ 12 разъ, а въ другой 18 разъ. Сколько разъ содержится въ каждомъ отрѣзкѣ общая наибольшая мѣра?

231. Найти общую наибольшую мѣру a) аршина и фута; b) вершка и дюйма.

232. Найти общую наибольшую мѣру трехъ отрѣзковъ прямой — одного въ 2 саж., другого въ $3\frac{1}{3}$ фут. и третьяго въ $1\frac{1}{2}$ арш.

233. Общая наибольшая мѣра двухъ отрѣзковъ прямой равна 3 вершк., а отношеніе этихъ отрѣзковъ 0,4. Опредѣлить длину отрѣзковъ.

234. Отношеніе отрѣзка AB къ отрѣзку BC равно 1,3. Отношеніе отрѣзка BC къ аршину равно 0,25. Сколько вершковъ содержитъ отрѣзокъ AB?

235. На какую длину слѣдуетъ увеличить отрѣзокъ прямой въ 8 см., чтобы получившійся новый отрѣзокъ относился къ прибавленному, какъ 7 : 3.

236. Отрѣзокъ AB раздѣленъ въ точкѣ C на двѣ части такъ, что $CB=\frac{7}{10}AB$ и въ точкѣ D такъ, что $AD=\frac{4}{7}BC$. Найти отношеніе $AB:CD$.

237. Отрѣзокъ прямой несоизмѣримъ съ единицей мѣры; 0,1 единицы мѣры укладывается въ этомъ отрѣзкѣ 11 разъ съ остаткомъ; 0,01 единицы мѣры укладывается въ остаткѣ 5 разъ съ новымъ остаткомъ; 0,001 единицы мѣры укладывается въ послѣднемъ остаткѣ 9 разъ съ новымъ остаткомъ. Опредѣлить длину даннаго отрѣзка съ недостаткомъ и избыткомъ съ точностью до 0,001.

238. Съ какой точностью выразится отношеніе между несоизмѣримыми отрѣзками AB и CD прямой, если $AB=10$ дцм., а CD заключается между 8,365 дцм. и 8,366 дцм.?

Пропорціональность отрѣзковъ прямой.

Если отношеніе двухъ отрѣзковъ прямой равно отношенію двухъ другихъ отрѣзковъ прямой, то эти отрѣзки называются *пропорціональными*.

Если въ равенствѣ двухъ отношеній отрѣзковъ прямой подразумѣвать подъ этими отрѣзками числа, выражающія ихъ длины, то это равенство можно разсматривать, какъ геометрическую пропорцію и примѣнять къ нему всѣ свойства пропорцій, указываемыя въ ариѳметикѣ и алгебрѣ.

Замѣчаніе. Необходимо имѣть въ виду, что члены каждаго отношенія должны быть измѣрены одной и той же единицей мѣры.

При рѣшеніи задачъ на пропорціональность отрѣзковъ примѣняется главнымъ образомъ теорема о параллельныхъ прямыхъ, пересѣкающихъ стороны даннаго угла.

239. Отрѣзокъ прямой, длиною въ 30 дюйм., раздѣленъ на три части такъ, что первая часть относится ко второй, какъ 2 : 3, а вторая къ третьей, какъ 6 : 5. Найти эти части.

240a. Найти отрѣзокъ, четвертый пропорціональный тремъ даннымъ, длины которыхъ соотвѣтственно равны 2 арш., 3 фут. и 1 саж.

240b. Найти отрѣзокъ, средне-пропорціональный отрѣзкамъ длиной въ 3 см. и 12 см.

241. Отрѣзокъ AB прямой раздѣленъ въ точкѣ C на двѣ части такъ, что большій изъ нихъ равенъ $5\frac{1}{2}$ дюйм. Опредѣлить длину AB, если $AC:CB=5:2$.

242. На отрѣзкѣ AB прямой отмѣчены двѣ точки C и D такъ, что $AC:CB=2:3$ и $AD:DB=6:5$. Опредѣлить длину CD, если $AB=25{,}3$ см.

243. Длина отрѣзка AB прямой равна 10 см. На этомъ отрѣзкѣ отмѣчена точка C такъ, что $AC=4{,}4$ см., а на продолженіи отрѣзка, за точкою B, — точка D такъ, что $AD:BD=BC:AC$. Опредѣлить длину BD.

244a. На сторонѣ AB угла ABC отъ вершины B отложены равныя части BD, DE и EF. На сторонѣ BC этого же угла взята точка M на разстояніи 1 см. отъ вершины B. Точки E и M соединены между собой и черезъ точку F проведена прямая FN, параллельная EM. Опредѣлить отрѣзокъ BN.

244b. Двѣ параллельныя прямыя пересѣкаютъ стороны угла A; первая (ближайшая къ вершинѣ A) въ точкахъ B и C, а вторая въ точкахъ D и E; вычислить: a) AB, если $BD=3$ фут., $AC=4$ фут. и $CE=6$ фут.; b) AD, если $AB=5$ см. и $\frac{AE}{AC}=\frac{4}{3}$.

245. Двѣ параллельныя прямыя пересѣкаютъ стороны угла A; первая (ближайшая къ вершинѣ A) въ точкахъ B и C, а вторая — въ точкахъ D и E; вычислить: a) BD, если $AB=3$ см., $AC=4$ см. и $CE=5$ см.; b) AC, если $CE=9$ см. и $\frac{AB}{BD}=\frac{2}{3}$; c) CE, если $AC=4$ дюйм., $AB=5$ дюйм. и $AD=11$ дюйм.

246. На одной изъ сторонъ угла A отложены части $AB=4$ фут., $BC=7$ фут. и $CD=12$ фут.; изъ точекъ B, C и D проведены параллельныя прямыя до пересѣченія съ другой стороной угла соотвѣтственно въ точкахъ E, F и G. a) Найти отношенія $AF:EG:AG$; b) опредѣлить EF и FG, если $AE=2{,}5$ дцм.

247. На одной изъ сторонъ угла A отложены отрѣзки AB и AC, на другой же AD и AE, послѣ чего точки B и D такъ же, какъ и точки C и E, соединены другъ съ другомъ. Параллельны ли линіи BD и CE, если a) $AB=7$ см., $AC=12$ см., $AD=13$ см. и $AE=17$ см. b) $AB=2{,}4$ дцм., $AC=3{,}6$ дцм., $AD=6\frac{2}{3}$ дцм. и $AE=10$ дцм.?

248. На плоскости проведены четыре прямыя линіи, выходящія изъ общей точки O; эти линіи пересѣчены двумя параллельными прямыми, одной въ точкахъ A, B, C и D, а другой — соотвѣтственно въ точкахъ A_1, B_1, C_1 и D_1. Дано: $OA=10$ см., $OA_1=22$ см., $OB=9$ см., $OC=8$ см. и $OD=16$ см. Вычислить BB_1, CC_1 и DD_1.

249. Между двумя параллельными прямыми MN и PQ взята точка O въ той же плоскости и черезъ эту точку проведены три прямыя такъ, что онѣ пересѣкаются съ прямой MN въ точкахъ A, B и C, а съ прямой PQ соотвѣтственно въ точкахъ D, E и F. Дано: $AO=6$ д. $BO=\frac{1}{2}AO$, $CO=1\frac{1}{2}AO$ и $DO=5$ д. Опредѣлить BE и AF.

250. Непараллельныя стороны AB и CD трапеціи $ABCD$ пересѣкаются своими продолженіями въ точкѣ O, отстоящей отъ точки B верхняго основанія трапеціи на разстояніи 20 см. Опредѣлить разстояніе верхняго основанія отъ точки O, если $AB=12$ см., а высота трапеціи 7 см.

251. Параллельныя стороны трапеціи равны 6 дюйм. и 9 дюйм., а одна изъ непараллельныхъ сторонъ содержитъ 1,5 дюйм. Опредѣлить разстояніе отъ точки пересѣченія непараллельныхъ сторонъ до конца верхняго основанія, прилежащаго къ извѣстной непараллельной сторонѣ.

252. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины B треугольника ABC на сторону AC, дѣлитъ ее въ отношеніи 5 : 9. На какія части раздѣлитъ большую боковую сторону треугольника перпендикуляръ, возставленный изъ средины AC, если большая боковая сторона равна 15 фут.?

Подобные треугольники.

Подобными треугольниками называютъ треугольники, углы которыхъ соотвѣтственно равны. Такъ какъ сумма внутреннихъ угловъ всякаго треугольника равна $2d$, то, понятно, что подобными треугольниками можно назвать такіе, у которыхъ равны соотвѣтственно только два угла.

Понятіе о подобіи треугольниковъ даетъ возможность установить слѣдующее основное соотношеніе между сходственными сторонами этихъ треугольниковъ.

Условившись называть стороны одного треугольника буквами a, b и c, а сходственныя стороны подобнаго ему буквами a_1, b_1 и c_1, будемъ имѣть

$$a:a_1=b:b_1=c:c_1, \text{ откуда } \frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}\ldots(1)\quad \frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1}\ldots(2) \text{ и } \frac{a}{a_1}=\frac{c}{c_1}\ldots(3)$$

Перестановка членовъ пропорцій (1), (2) и (3) даетъ пропорціи

$$\frac{a}{b}=\frac{a_1}{b_1}\ldots(4)\quad \frac{b}{c}=\frac{b_1}{c_1}\ldots(5)\quad \frac{a}{c}=\frac{a_1}{c_1}\ldots(6).$$

Этими соотношеніями слѣдуетъ главнымъ образомъ пользоваться при рѣшеніи задачъ на опредѣленіе элементовъ подобныхъ треугольниковъ.

Задачи, въ которыхъ даны сумма или разность сторонъ, рѣшаются при помощи пропорцій, полученныхъ, какъ производныя, изъ приведенныхъ выше.

253. Подобны ли два треугольника, если стороны ихъ соотвѣтственно равны: a) 15 см.; 17 см.; 23 см. и 5 см.; $5\frac{2}{3}$ см.; $7\frac{2}{3}$ см. b) 29 д.; 45 д.; 53 д. и 14,5 д.; 22,5 д.; 28,5 д. c) 18,6 ф.; 13,8 ф.; 15,9 ф. и 5,3 ф.; 6,2 ф.; 4,6 ф.

254. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны. Дано: 1) $a=12{,}3$ д.; $b=8{,}7$ д.; $b_1=2{,}9$ д.; $c_1=2{,}3$ д. Опредѣлить c и a_1. 2) $a=43{,}7$ см.; $a_1=13{,}11$ см.; $b+b_1=42{,}77$ см. Опредѣлить b, c, b_1 и c_1. 3) $a-b=9$ д.; $a:c=2$; $b_1:c_1=5:3$. Опредѣлить a, b, c, a_1, b_1 и c_1.

255. Въ подобныхъ треугольникахъ ABC и $A_1B_1C_1$ даны стороны a, b и c перваго треугольника и одна изъ соотвѣтствующихъ сторонъ второго; опредѣлить остальныя двѣ стороны, если 1) $a=12$ см.; $b=21$ см.; $c=15$ см.; $a_1=4$ см. 2) $a=28$ д.; $b=36$ д.; $c=48$ д.; $b_1=9$ д. 3) $a=6{,}3$ ф.; $b=11{,}9$ ф.; $c=16{,}8$ ф.; $c_1=2{,}4$ ф.

256. Въ подобныхъ треугольникахъ ABC и $A_1B_1C_1$ дано: $AB=33{,}6$ д., $BC=40{,}5$ д., $B_1C_1=13{,}5$ д. и $A_1C_1=14{,}6$ д. Опредѣлить периметры этихъ треугольниковъ.

257. Стороны треугольника содержатъ 2 см., 3 см. и 4 см. Опредѣлить стороны подобнаго ему треугольника, одна изъ сторонъ котораго 12 см.

258. Отношеніе сходственныхъ сторонъ двухъ подобныхъ треугольниковъ равно 4 : 7. Опредѣлить стороны меньшаго треугольника, если извѣстно, что они соотвѣтственно на 5,55 см., 4,15 см. и 10,2 см. меньше сторонъ другого треугольника.

259. Разность двухъ сторонъ треугольника 6,75 см., а третья сторона равна 11 см. Опредѣлить стороны подобнаго ему треугольника, если его периметръ содержитъ 39,3 см., а отношеніе его сторонъ къ сходственнымъ сторонамъ перваго равно 6 : 5.

260. Въ опредѣленное время дня тѣнь, длиной a, падаетъ отъ вертикальнаго шеста, длина котораго b; опредѣлить высоту башни, зная, что тѣнь ея въ этотъ же часъ дня равна c, если 1) $a=3{,}3$ саж.; $b=6{,}6$ саж.; $c=45{,}1$ саж. 2) $a=4{,}8$ м.; $b=2{,}1$ м.; $c=28{,}7$ м.

Разсматривая основную зависимость между сторонами подобныхъ треугольниковъ, какъ рядъ равныхъ отношеній и прилагая къ ней свойство этого ряда, по которому сумма всѣхъ предыдущихъ относится къ суммѣ всѣхъ послѣдующихъ, какъ какой-либо изъ предыдущихъ относится къ своему послѣдующему, будемъ имѣть:

$$\frac{a+b+c}{a_1+b_1+c_1}=\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1};\text{ т.-е.}$$

периметры подобныхъ треугольниковъ относятся, какъ сходственныя стороны.

Этимъ выводомъ слѣдуетъ пользоваться при рѣшеніи задачъ №№ 261—268.

261. Стороны треугольника относятся между собой, какъ 5 : 6 : 7. Опредѣлить стороны подобнаго ему треугольника, если *a*) большая изъ его сторонъ равна 2,8 фута, b) если его периметръ равенъ 54 д.

262. Стороны треугольника соотвѣтственно равны 9,2 дюйм., 10,4 дюйм. и 12,8 дюйм., а его периметръ на 12,15 дюйм. болѣе периметра ему подобнаго треугольника. Опредѣлить стороны послѣдняго.

263. Сумма периметровъ двухъ подобныхъ треугольниковъ равна 56 дцм.; отношеніе сходственныхъ сторонъ 5 : 3. Опредѣлить периметры.

264. Периметръ треугольника ABC больше периметра треугольника $A_1B_1C_1$ на 52 см.; сторона $AB=8$ см., а $A_1B_1=10{,}5$ см. Найти периметры.

265. Въ треугольникѣ ABC дано: $AB=7\frac{1}{3}$ дюйм., $BC-AC=4{,}5$ дюйм. Въ подобномъ ему треугольникѣ $A_1B_1C_1$ разность сходственныхъ сторонъ $B_1C_1-A_1C_1=5{,}4$ дюйм., а его периметръ 26,2 дюйм. Опредѣлить стороны второго треугольника.

266. Периметръ треугольника 27 дюйм., основаніе 10 дюйм., а одна изъ боковыхъ сторонъ 11 дюйм. Опредѣлить стороны подобнаго ему треугольника, зная, что его периметръ равенъ 10,8 см.

267. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны. Переметръ перваго 54 дюйм. Кромѣ того $AB:AC=4:5$; $AB:A_1C_1=36:35$ и $A_1C_1+B_1C_1=29\frac{5}{9}$ дюйм. Опредѣлить стороны этихъ треугольниковъ.

268. Периметръ равнобедреннаго треугольника равенъ 186,3 см., а основаніе его относится къ боковой сторонѣ, какъ 7 : 8. Опредѣлить стороны треугольника, подобнаго данному, если его боковая сторона равна основанію перваго треугольника.

При рѣшеніи задачъ №№ 269—272 кромѣ раньше указанныхъ соотношеній примѣняется еще слѣдующее:

Въ подобныхъ треугольникахъ сходственныя стороны пропорціональны сходственнымъ высотамъ.

Обозначая высоты одного треугольника буквами h_a, h_b, h_c, а высоты ему подобнаго треугольника буквами h_a', h_b', h_c', это соотношеніе можно выразить такъ:

$$\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1}=\frac{h_a}{h_a'}=\frac{h_b}{h_b'}=\frac{h_c}{h_c'}.$$

Такое же соотношеніе существуетъ между сходственными сторонами и сходственными медіанами и биссектриссами подобныхъ треугольниковъ.

269. Основаніе нѣкотораго треугольника равно 12 см., а высота 10,5 см. Найти высоту подобнаго ему треугольника, если его основаніе равно 4 см.

270. Меньшія стороны двухъ треугольниковъ равны 13,5 см. и 18 см., а соотвѣтствующія имъ высоты a) равны 6,8 см. и 9,1 см., b) относятся, какъ 3 : 4. Въ какомъ случаѣ треугольники могутъ быть подобны и при какомъ добавочномъ условіи?

271. Высоты треугольника равны 17 фут., 13 фут. и 16 фут. Опредѣлить высоты подобнаго ему треугольника, если сумма ихъ равна 13,8 фута.

272. Одна изъ сторонъ треугольника $a=15{,}3$ см., а другая $b=14{,}4$ см. Сумма высотъ, опущенныхъ на эти стороны изъ вершинъ противолежащихъ угловъ равна $m=23{,}1$ см. Опредѣлить высоты.

273. Стороны двухъ подобныхъ треугольниковъ относятся, какъ 8 : 3. Опредѣлить сходственныя медіаны этихъ треугольниковъ, если разность этихъ медіанъ равна 25 дцм.

274. Въ подобныхъ треугольникахъ ABC и $A_1B_1C_1$ проведены биссектриссы угловъ A и A_1. Сумма биссектриссъ 15 дюйм., $AB=12$ дюйм., $A_1B_1=8$ дюйм. Опредѣлить длину этихъ биссектриссъ

274a. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны. Изъ вершины угла B проведена биссектрисса, длина которой 10 см. Опредѣлить длину биссектриссы угла B_1 треугольника $A_1B_1C_1$, если отношеніе сходственныхъ медіанъ этихъ треугольниковъ равно 5 : 2.

Задачи №№ 275—281 рѣшаются на основаніи слѣдующей теоремы: *Прямая, проведенная внутри треугольника параллельно его сторонъ, отсѣкаетъ отъ него другой треугольникъ, подобный данному.*

275. Изъ точки D, взятой на сторонѣ AB треугольника ABC, проведена прямая, параллельная сторонѣ BC. Опредѣлить величину отрѣзка этой прямой, заключеннаго между сторонами угла ABC, если $AB=17$ см., $DB=5$ см. и $AC=8{,}5$ см.

276. Основаніе треугольника 27 дюйм. Прямая, ей параллельная, дѣлитъ каждую изъ двухъ остальныхъ сторонъ въ отношеніи 2 : 3 (считая отъ основанія). Опредѣлить величину отрѣзка параллели, заключеннаго между сторонами треугольника.

277. Въ треугольникѣ ABC сторона $AB=37{,}8$ д. и $AC=42{,}9$ д. Изъ точки D, находящейся на сторонѣ AB въ разстояніи 25,2 дюйм. отъ вершины A, проведена параллельно AC прямая до пересѣченія со стороной BC въ точкѣ E. Опредѣлить длину DE.

278. Стороны треугольника послѣдовательно равны: $a=16{,}8$ см., $b=14{,}8$ см. и $c=18$ см. Прямая, параллельная сторонѣ a, проведена такъ, что отрѣзокъ ея внутри треугольника равенъ $m=4{,}2$ см. Опредѣлить периметръ образовавшагося малаго треугольника.

279. На сторонѣ AB треугольника ABC взята точка D и изъ нея проведена параллельно AC прямая до пересѣченія со стороной CB

въ точкѣ E. Отношеніе $DE : AC=4 : 7$. Опредѣлить отношеніе DB къ CE, если $AB=\frac{2}{3}\ BC$.

280. Въ треугольникѣ ABC проведена параллельно AC прямая DE такъ, что $AD=EB$. Опредѣлить длину отрѣзка DE, если $AB=22$ д., $BC=18$ д. и $AC=24$ д.

281. Основаніе нѣкотораго треугольника равно 16 см., а высота 8 см. На какомъ разстояніи отъ основанія проведена прямая, параллельная основанію, если ея отрѣзокъ, заключенный между двумя другими сторонами треугольника, равенъ 12 см.

Равнобедренные треугольники подобны, если имѣютъ по одному соотвѣтственно равному углу, лежащему при вершинѣ или при основаніи; слѣдовательно, въ случаѣ подобія равнобедренныхъ треугольниковъ, имѣетъ мѣсто соотношеніе $\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}$, гдѣ a и a_1 сходственныя боковыя стороны этихъ треугольниковъ, а b и b_1 основанія этихъ треугольниковъ; наличность этого соотношенія значительно упрощаетъ рѣшеніе задачъ №№ 282—285.

282. Углы при вершинахъ двухъ равнобедренныхъ треугольниковъ равны между собой. Основаніе одного изъ нихъ равно 5 фут. Опредѣлить основаніе другого треугольника, если его боковая сторона составляетъ 0,6 боковой стороны перваго.

283. Периметры двухъ подобныхъ равнобедренныхъ треугольниковъ равны 120 дюйм. и 40 дюйм. Основаніе перваго на 20 дюйм. больше основанія второго. Опредѣлить стороны того и другого треугольника.

284. Въ подобныхъ равнобедренныхъ треугольникахъ ABC и $A_1B_1C_1$ боковыя стороны AB и A_1B_1 соотвѣтственно равны 15,5 ф. и 8,75 ф., а высота AD, опущенная на сторону BC, равна 12,4 ф. Опредѣлить A_1D_1.

285. Основаніе равнобедреннаго треугольника 28 дюйм. Изъ точки, дѣлящей боковую сторону на части въ отношеніи 2 : 5 (меньшая часть при вершинѣ треугольника), опущенъ перпендикуляръ на основаніе. На какія части раздѣлится основаніе этимъ перпендикуляромъ.

Если бываетъ нужно, зная дѣйствительные размѣры той или иной части поверхности земли, изобразить контуръ этой части въ уменьшенномъ видѣ на чертежѣ фигурой, въ которой части

находились бы въ томъ же взаимномъ отношеніи, какъ и въ дѣйствительности, то примѣняется масштабъ.

Понятно, что, зная масштабъ, въ которомъ выполненъ чертежъ, не трудно возстановить истинные размѣры той части земной поверхности, контуръ которой изображенъ на чертежѣ. Въ зависимости отъ большей или меньшей точности выполненія чертежа (плана, проекта и т. п.) пользуются линейнымъ, или болѣе точнымъ поперечнымъ, масштабомъ, устройство котораго основано, какъ извѣстно, на зависимости сторонъ подобныхъ треугольниковъ.

286. По масштабу 250 саж. въ дюймѣ требуется начертить треугольникъ $A_1B_1C_1$, подобный данному треугольнику ABC, стороны котораго $AB=185$ саж., $AC=196$ саж., $BC=178$ саж. Опредѣлить стороны треугольника $A_1B_1C_1$.

287. По масштабу 100 саж. въ дюймѣ начерченъ треугольникъ $A_1B_1C_1$, подобный данному треугольнику ABC такъ, что $A_1B_1=1{,}76$ д., $B_1C_1=0{,}84$ д. и $A_1C_1=0{,}68$ д. Опредѣлить стороны треугольника ABC.

288. При измѣреніи участка земли отмѣчены три точки, образующія треугольникъ ABC; при этомъ оказалось, что $AB=280$ саж., $BC=260$ саж. и $AC=340$ саж. При выполненіи чертежа, периметръ треугольника, изображающаго измѣренный, получился равнымъ 44 дюйм. Въ какомъ масштабѣ выполненъ чертежъ?

Въ задачахъ №№ 289—299 зависимость между элементами треугольниковъ выясняется не сразу; только при постепенномъ сопоставленіи данныхъ задачи съ искомыми устанавливается связь извѣстныхъ ранѣе соотношеній съ тѣми, которыя наиболѣе примѣнимы къ рѣшенію данной задачи.

289. Въ треугольникѣ ABC сторона $BC=a=12$ см. и $AC=b=8$ см. На сторонѣ AB взята точка D такъ, что $BC=m=9$ см., и $\angle BCD=$ $=\angle BAC$. Опредѣлить отрѣзокъ CD. (См. №№ 293 и 295.)

290. Въ прямоугольномъ треугольникѣ къ одному изъ катетовъ изъ точки, дѣлящей этотъ катетъ въ отношеніи $3:5$, возставленъ перпендикуляръ до пересѣченія съ гипотенузой. Опредѣлить длину этого перпендикуляра, зная, что другой катетъ равенъ 24 см.

291. Изъ концовъ отрѣзка AB прямой возставлены къ этой прямой по одну ея сторону перпендикуляры $AC=9$ см. и $BD=12$ см.

На прямой AB взята точка N такъ, что $\angle ANC=\angle BND$. 1) Въ какомъ отношеніи будутъ находиться отрѣзки AN и NB? 2) На какія части точка N раздѣлитъ отрѣзокъ AB, если длина его 28 см.?

292. Въ треугольникѣ ABC проведена биссектрисса угла A до пересѣченія съ противоположной стороной BC въ точкѣ D. Прямая, проведеная изъ точки D параллельно AC, раздѣлила AB на двѣ части $AE=12$ дцм. и $EB=15$ дцм. Опредѣлить сторону AC.

293. Сторона AC треугольника ABC продолжена за вершину C до нѣкоторой точки D, которая соединена съ вершиной B. Опредѣлить длину отрѣзка BD, если $\angle ABC=\angle BDA$, $AB=1{,}2$ дм., $BC=2{,}7$ дм. и $AC=1{,}8$ дм.

294. Въ треугольникѣ ABC стороны $AB=30$ дм., $BC=36$ дм. и $AC=45$ дм. На сторонѣ AC взята точка D такъ, что послѣ соединенія ея съ вершиной B образовался треугольникъ ABD, подобный ABC. Опредѣлить его периметръ.

295. На основаніи AC треугольника ABC взята точка D такъ, что послѣ соединенія ея съ вершиной B треугольника образовавшійся $\angle ADB=\angle ABC$. На какія части дѣлится точкой D основаніе AC, если $AB=12$ см. и $AC=18$ см.?

296. На сторонѣ BC треугольника ABC взята точка D и изъ нея проведены параллели сторонамъ AB и AC до пересѣченія съ ними соотвѣтственно въ точкахъ E и F. Опредѣлить периметръ образовавшагося параллелограмма $AEDF$, если $AB=10$ дюйм., $AE=4$ дюйм. и $FC=5$ дюйм.

297. Въ остроугольномъ треугольникѣ съ основаніемъ $a=6$ см. и высотой $h=4$ см. расположенъ квадратъ такъ, что одна изъ его сторонъ совпадаетъ съ основаніемъ треугольника, а двѣ вершины угловъ квадрата лежатъ на двухъ другихъ сторонахъ треугольника. Опредѣлить сторону квадрата.

298. Въ остроугольномъ треугольникѣ съ основаніемъ $a=3$ дм. и высотой $h=4$ дм. расположенъ прямоугольникъ такъ, что одна изъ его сторонъ совпадаетъ съ основаніемъ треугольника, а двѣ вершины его угловъ лежатъ на двухъ другихъ сторонахъ треугольника. Опредѣлить стороны прямоугольника, если ихъ отношеніе равно $m:n=3:2$.

299. Въ треугольникѣ ABC сторона $AB=15$ дм. и $AC=12$ дм. Изъ нѣкоторой точки D, находящейся на сторонѣ BC, проведены пря-

мыя DE и DF, параллельныя двумъ другимъ сторонамъ треугольника такъ, что образовался ромбъ $DEAF$. Опредѣлить сторону этого ромба.

Ниже помѣщены задачи на опредѣленіе тѣхъ или иныхъ элементовъ четыреугольниковъ.

Въ общихъ чертахъ рѣшеніе этихъ задачъ заключается въ слѣдующемъ: выполнивъ чертежъ согласно условію задачи, проводятъ такъ или иначе добавочныя прямыя, отсѣкая отъ данной фигуры треугольники; далѣе выбираютъ тѣ изъ полученныхъ треугольниковъ, пользуясь подобіемъ которыхъ можно установить связь между данными и искомыми задачи и отсюда опредѣлить неизвѣстные элементы.

300. Высоты параллелограмма равны 9,5 см. и 7 см., а его периметръ 24 см. Найти стороны.

301. Стороны параллелограмма a=8 дюйм., b=10 дюйм., а большая изъ его высотъ h=12 дюйм. Опредѣлить меньшую высоту.

302. Въ квадратѣ $ABCD$ сторона AB, равная a=3 вершк., продолжена за точку B на разстояніе BE, равное b=4 вершк., послѣ чего точки E и D соединены другъ съ другомъ. Опредѣлить отношеніе частей, на которыя прямая ED разсѣкаетъ сторону BC квадрата.

303. Биссектрисса угла прямоугольника дѣлитъ діагональ въ отношеніи 4 : 5. Меньшая сторона прямоугольника равна 8 дюйм. Опредѣлить большую его сторону.

304. Діагонали прямоугольника $ABCD$ содержатъ по 25 фут., а сторона AB=24 фут. На сторонѣ AB взята точка E такъ, что AE=15 фут. и черезъ эту точку проведена прямая, перпендикулярно діагонали BD. На какія части эта прямая раздѣлитъ сторону CD?

305. Одна изъ сторонъ параллелограмма $ABCD$ вдвое больше другой. Большая сторона AD продолжена за точку D на разстояніе DE=5 см. Черезъ точку E и средину F стороны DC проведена прямая, пересѣкающая сторону AB параллелограмма въ точкѣ G. Опредѣлить стороны параллелограмма, если отрѣзокъ BG=1,2 см.

306. Стороны параллелограмма $ABCD$ находятся въ отношеніи 1 : 2. На продолженіи большей стороны AD за точку D взята точка E такъ, что DE равно a=16 см. Далѣе, черезъ точки E и C проведена

прямая CE, пересѣкающая продолженіе стороны AB въ точкѣ F; образовавшійся отрѣзокъ BF равенъ b=18 см. Опредѣлить стороны параллелограмма.

307. Въ ромбѣ $ABCD$ со стороной a=8 дюйм. изъ точки O пересѣченія діагоналей опущенъ на сторону AD перпендикуляръ OE, дѣлящій сторону на части AE и ED, находящіяся въ отношеніи $m:n$=7 : 3. Этотъ перпендикуляръ пересѣкаетъ продолженіе стороны CD въ точкѣ F. Опредѣлить отрѣзокъ DF.

308. Основанія трапеціи a=15 дм. и c=25 дм., а одна изъ непараллельныхъ сторонъ b=35 дм. На какое разстояніе слѣдуетъ ее продолжить, чтобы она пересѣклась съ продолженіемъ другой непараллельной стороны?

309. Въ трапеціи $ABCD$ непараллельныя стороны AB и CD соотвѣтственно равны 4 см. и 8 см. Діагональ трапеціи AC, равная 5 см., дѣлитъ ее на два подобныхъ другъ другу треугольника. Опредѣлить параллельныя стороны трапеціи.

310. Въ трапеціи, параллельныя стороны которой a=15 см. и c=12 см., проведены діагонали и черезъ точку ихъ пересѣченія прямая, параллельная основаніямъ трапеціи; a) въ какомъ отношеніи эта прямая дѣлитъ непараллельныя стороны трапеціи? b) на какомъ разстояніи отъ a и c отстоитъ эта прямая, если высота трапеціи h=9 см.?

311. Основанія трапеціи a=9 дм. и c=6 дм. Опредѣлить длину отрѣзка прямой, проходящей черезъ пересѣченіе діагоналей параллельно основаніямъ трапеціи.

312. Основанія трапеціи a=6 см. и c=5 см. Одна изъ ея непараллельныхъ сторонъ раздѣлена на части, (считая отъ меньшаго основанія), въ отношеніи $m:n$=2 : 3. Опредѣлить отрѣзокъ прямой, проведенной черезъ точку дѣленія параллельно основаніямъ трапеціи и заключенный между непараллельными сторонами.

313. Концы одной изъ непараллельныхъ сторонъ трапеціи удалены отъ другой непараллельной стороны на 35 см. и 25 см. Опредѣлить меньшее основаніе трапеціи, если большее равно 98 см.

Подобные многоугольники.

Многоугольники подобны, если число ихъ сторонъ одинаково углы соотвѣтственно равны, а сходственныя стороны пропорціональны.

Условія подобія многоугольниковъ даютъ возможность использовать слѣдующія соотношенія:

Въ подобныхъ многоугольникахъ	1. Сходственныя стороны пропорціональны. 2. Периметры относятся, какъ сходственныя стороны. 3. Отношеніе сходственныхъ діагоналей равно отношенію сходственныхъ сторонъ.

Эти соотношенія порознь или вмѣстѣ примѣняются при рѣшеніи нижеслѣдующихъ задачъ.

314. Какія условія должны выполняться для того, чтобы a) квадраты были между собой подобны, b) ромбы были между собою подобны, c) прямоугольники были между собой подобны, d) многоугольники были между собой подобны?

315. Пятиугольникъ $ABCDE$ діагоналями AC и AD раздѣленъ на три треугольника, при чемъ $\angle BAC = \angle CAD = \angle DAE$ и $\angle ABC = \angle ACD = \angle ADE$; кромѣ того, $AB=5$ дюйм., $BC=4$ дюйм. и $AC=6$ дюйм. Опредѣлить неизвѣстную діагональ и стороны пятиугольника.

316. Стороны нѣкотораго пятиугольника относятся между собою, какъ $3:4:5:2:6$. Опредѣлить стороны подобнаго ему пятиугольника, если большая изъ нихъ равна 1,8 дцм.

317. Периметры подобныхъ многоугольниковъ относятся какъ $6:5$. Опредѣлить сторону AB многоугольника, если соотвѣтствующая ей сходственная сторона A_1B_1 многоугольника съ меньшимъ периметромъ равна 10,5 дюйм.

318. Одна изъ сторонъ многоугольника равна 1,2 метр., а периметръ его 4,5 метр. Опредѣлить периметръ другого многоугольника, подобнаго первому, въ которомъ сторона, сходственная съ данной стороной перваго многоугольника, равна 1,5 метра.

319. Сходственныя стороны двухъ подобныхъ многоугольниковъ равны соотвѣтственно 5 см. и 3 см. Опредѣлить ихъ периметры, если сумма ихъ равна 40 см.

320. Периметры подобныхъ многоугольниковъ равны 16,8 фут. и 12 фут., а сумма двухъ сходственныхъ діагоналей равна меньшему периметру. Опредѣлить діагонали.

321. Въ пятиугольникѣ $ABCDE$ изъ вершины A проведены діагонали AC и AD. Въ подобномъ ему пятиугольникѣ $A_1B_1C_1D_1E_1$, изъ вершины A_1 проведены діагонали A_1C_1 и A_1D_1. Дано: $AB : A_1B_1 = BC : B_1C_1 = \ldots = 3:2$; $AB : BC : CD : DE : AE = 1:2:2:3:4$. $AC=AE=2,4$ см. и $AD=4,2$ см. Опредѣлить периметры треугольниковъ $A_1B_1C_1$; $A_1C_1D_1$ и $A_1D_1E_1$.

322. Наименьшія стороны двухъ подобныхъ четыреугольниковъ равны соотвѣтственно 7 см. и 2,8 см. Опредѣлить периметры этихъ четыреугольниковъ, если стороны меньшаго относятся между собой, какъ $1:2:2:3$.

323. Въ подобныхъ пятиугольникахъ сходственныя діагонали AC и A_1C_1 содержатъ 10,5 дюйм. и 7 дюйм. Периметръ перваго пятиугольника 135 дюйм., а отношеніе его сторонъ равно $1:2:3:4:5$. Опредѣлить стороны второго пятиугольника.

324. Периметръ четыреугольника равенъ 32 см., а отношеніе его сторонъ $1:2:5:8$. Опредѣлить стороны подобнаго ему четыреугольника, если разность между меньшей стороной перваго четыреугольника и меньшей стороной второго равна 1,25 см.

325. Можетъ ли прямая разсѣчь параллелограммъ a) на двѣ подобныя другъ другу трапеціи, b) на два подобныхъ другъ другу параллелограмма?

326. Прямая дѣлитъ параллелограммъ со сторонами $a=20$ см. и $b=12$ см. на два подобныхъ между собой четыреугольника. Опредѣлить отрѣзки, на которые эта прямая дѣлитъ стороны параллелограмма.

327. Прямая дѣлитъ параллелограммъ $ABCD$ на два подобныхъ другъ другу параллелограмма, изъ которыхъ меньшій имѣетъ стороны 5 см. и 6 см. Опредѣлить периметръ параллелограмма $ABCD$.

328. Сходственныя діагонали двухъ подобныхъ параллелограммовъ равны соотвѣтственно 17,1 см. и 11,4 см.; периметръ одного содержитъ 36,75 см., а меньшая сторона другого 2,05 см. Опредѣлить большую сторону послѣдняго.

329. Непараллельныя стороны трапеціи $b=7$ дюйм. и $d=11$ дюйм. а средняя линія $m=15$ дюйм. Опредѣлить среднюю линію трапеціи, подобной данной и имѣющей периметръ 16 дюйм.

330. Прямая, параллельная основаніямъ трапеціи, дѣлитъ ее на двѣ подобныя между собой части. Опредѣлить длину отрѣзка этой прямой, заключеннаго между непараллельными сторонами трапеціи, если основанія трапеціи равны $a=12$ дм. и $c=3$ дм.

Свойство биссектриссы угла треугольника.

Задачи этого отдѣла рѣшаются на основанiи теоремы о биссектриссѣ внутренняго или внѣшняго угловъ треугольника.

331. Въ треугольникѣ ABC проведена биссектрисса угла B. На какiя части она раздѣлитъ противоположную сторону, если

a) $AB=26$ см., $BC=39$ см. и $AC=45$ см.

b) $AB=4,5$ дюйм., $BC=6,3$ дюйм. и $AC=6$ дюйм.

c) $AB=43,4$ вершк., $BC=31$ вершк. и $AC=55,52$ вершк.?

332a. Въ треугольникѣ ABC даны $AB=44$ фут. и $BC=45$ фут. и части $AD=11$ фут. и $DC=15$ фут. третьей стороны. Будетъ ли BD биссектриссой угла B?

332b. Въ треугольникѣ ABC даны $AB=25$ см. и $BC=35$ см. и части $AD=15$ см. и $DC=21$ см. третьей стороны. Будетъ ли BD биссектриссой угла B?

333. Въ треугольникѣ, периметръ котораго равенъ 155 вершк., биссектрисса одного изъ угловъ дѣлитъ противоположную сторону на части, равныя $22\frac{1}{11}$ вершк. и $22\frac{10}{11}$ вершк. Опредѣлить стороны треугольника.

334. Въ треугольникѣ ABC, периметръ котораго равенъ 112 см., проведена биссектрисса AD угла A. Опредѣлить стороны треугольника, если извѣстно, что AB болѣе отрѣзка BD на 12 см., AC болѣе отрѣзка CD на 16 см. и отношенiе $AB:AC=3:4$.

335. Отношенiе двухъ сторонъ треугольника равно $6:7$. Биссектрисса угла, заключеннаго между этими сторонами, дѣлитъ третью сторону треугольника на части, разность которыхъ 3 дюйм. Опредѣлить длину сторонъ треугольника, если третья сторона вдвое меньше суммы двухъ другихъ сторонъ.

336. Въ треугольникѣ ABC сторона $AB=16$ дюйм. и $BC=28$ дюйм. Изъ вершины B проведена медiана BD стороны AC и биссектрисса BE угла B. Длина $DE=3$ дюйм. Опредѣлить AC.

337. Основанiе равнобедреннаго треугольника меньше боковой стороны на 6,4 см. Биссектрисса одного изъ угловъ при основанiи дѣлитъ боковую сторону въ отношенiи $3:5$ (считая отъ основанiя). Опредѣлить периметръ треугольника.

338. Въ равнобедренномъ треугольникѣ ABC основанiе $AC=18$ дцм. Изъ вершины угла A проведена биссектрисса до пересѣченiя со стороной BC въ точкѣ D. Опредѣлить AB, если $CD=12$ дцм.

339. Въ треугольникѣ ABC биссектрисса угла A образуетъ на сторонѣ BC отрѣзки $BD=10$ дюйм. и $DC=14$ дюйм. Биссектрисса угла B образуетъ на сторонѣ AC отрѣзки AE и EC, при чемъ $AE:EC=2:3$. Опредѣлить стороны треугольника ABC.

340. Въ треугольникѣ ABC отношенiе сторонъ $AB:BC:AC=3:4:5$. Биссектрисса угла A отсѣкаетъ на сторонѣ BC отрѣзокъ $BD=6$ дюйм. Опредѣлить стороны треугольника.

341. Биссектрисса угла B треугольника ABC пересѣкаетъ сторону AC въ точкѣ D, изъ которой проведены прямыя DE и DF, параллельныя сторонамъ $AB=21$ см. и $BC=35$ см. Опредѣлить видъ и периметръ образовавшагося четыреугольника. (См. № 299.)

342. Въ треугольникѣ, стороны котораго 16 см., 20 см. и 24 см., проведены биссектриссы меньшаго угла и смежнаго съ нимъ внѣшняго угла. Найти отрѣзокъ противоположной стороны, заключенный между этими биссектриссами.

343. Въ треугольникѣ отношенiе боковыхъ сторонъ равно $m:n=5:2$, а его основанiе $b=12$ вершк. Опредѣлить разстоянiе отъ ближайшаго изъ концовъ основанiя до пересѣченiя продолженiя этого основанiя съ биссектриссой внѣшняго угла при вершинѣ.

Свойство перпендикуляра, опущеннаго изъ вершины прямого угла на гипотенузу.

При рѣшенiи задачъ на вычисленiе тѣхъ или иныхъ элементовъ прямоугольнаго треугольника введемъ слѣдующiя условныя обозначенiя:

Острые углы прямоугольнаго треугольника A и B, прямой уголъ—C. Гипотенуза треугольника c, а катеты, противолежащiе угламъ A и B соотвѣтственно a и b; перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу h, а отрѣзки, на которые гипотенуза дѣлится этимъ перпендикуляромъ p и q, при чемъ отрѣзокъ p прилежитъ къ катету a, а отрѣзокъ q къ катету b.

Теоремой о перпендикулярѣ, опущенномъ на гипотенузу изъ вершины прямого угла, устанавливаются между элементами a, b, c, h, p и q, какъ извѣстно, слѣдующiя зависимости:

$$p:h=h:q;\quad c:a=a:p;\quad c:b=b:q,$$

или, взявъ произведенiя крайнихъ и среднихъ,

$$h^2=pq\ldots.(1),\quad a^2=cp\ldots.(2),\quad b^2=cq\ldots.(3).$$

Кромѣ того существуетъ очевидное равенство $p+q=c\ldots(4)$.

Какъ слѣдствіе изъ зависимостей (2) и (3), получается еще соотношеніе $a^2 : b^2 = p : q$ . . . (5).

Указанныя соотношенія (1), (2), (3) и (4) между шестью элементами прямоугольнаго треугольника даютъ возможность по двумъ изъ нихъ опредѣлить всѣ остальныя, а формула (5) — перейти отъ отношенія отрѣзковъ гипотенузы къ отношенію катетовъ и обратно.

Разсмотримъ примѣры на приложеніе указанныхъ соотношеній къ рѣшенію задачъ.

Примѣръ 1. Зная, что $a=6$ дюйм. и $c=8$ дюйм., опредѣлить отрѣзки гипотенузы.

Изъ соотношенія $c : a = a : p$ находимъ, $cp = a^2$; подставляя въ полученное выраженіе данныя значенія, опредѣлимъ $p=4{,}5$ дюйм. Далѣе, замѣтивъ, что $p+q=c$, найдемъ, что $q=c-p=3{,}5$ дюйма.

Примѣръ 2. Зная, что $p=3{,}2$ см. и $q=1{,}8$ см., опредѣлить катеты треугольника.

Замѣтивъ, что $c=p+q=5$ см., изъ соотношеній $a^2=cp$ и $b^2=cq$, опредѣляемъ: $a=\sqrt{cp}=4$ см. и $b=\sqrt{cq}=3$ см.

Примѣръ 3. Зная, что $b=20$ дцм. и $p=9$ дцм., опредѣлить c.

Изъ соотношенія $c : b = b : q$, замѣняя q черезъ $c-p$, найдемъ: $c : b = b : (c-p)$, откуда $c^2-cp-b^2=0$. Подставляя вмѣсто p и b данныя числовыя значенія, получимъ уравненіе: $c^2-9c-400=0$, откуда $c=\frac{9\pm\sqrt{81+1600}}{2}$, что даетъ $c=25$ дцм. Второе значеніе $c=-16$, какъ отрицательное, не удовлетворяетъ условіямъ вопроса.

344. Въ прямоугольномъ треугольникѣ отношеніе перпендикуляра h, опущеннаго изъ вершины прямого угла на гипотенузу къ отрѣзку p гипотенузы, равно $2 : 3$. Опредѣлить отношеніе катетовъ.

345. Въ прямоугольномъ треугольникѣ отношеніе перпендикуляра h, опущеннаго изъ вершины прямого угла на гипотенузу къ отрѣзку q гипотенузы равно $3 : 4$. Опредѣлить отношеніе отрѣзковъ гипотенузы.

346. Въ прямоугольномъ треугольникѣ отношеніе катетовъ $a : b = 1 : 2$. Опредѣлить отношеніе отрѣзковъ, на которые гипотенузу дѣлитъ перпендикуляръ, опущенный на нее изъ вершины прямого угла.

347. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла прямоугольнаго треугольника на гипотенузу, дѣлитъ ее на два отрѣзка, равные 0,4 см. и 0,9 см. Опредѣлить длину этого перпендикуляра.

348. Длина перпендикуляра, опущеннаго изъ вершины прямого угла на гипотенузу, равна $h=3$ см., а меньшій изъ отрѣзковъ гипотенузы равенъ $p=2{,}25$ см. Опредѣлить длину гипотенузы.

349. Опредѣлить длину перпендикуляра, опущеннаго изъ вершины прямого угла на гипотенузу, если гипотенуза равна $c=17$ см., а катетъ $b=15$ см.

350. Длина гипотенузы $c=6{,}5$ см., а перпендикуляръ, опущенный на нее изъ вершины прямого угла треугольника, равенъ $h=3{,}12$ см. Опредѣлить отрѣзки гипотенузы.

351. Катетъ b прямоугольнаго треугольника равенъ 24 дюйм., а отношеніе $a : c = 4 : 5$. Опредѣлить гипотенузу и катетъ.

352. Катетъ a прямоугольнаго треугольника равенъ 5 см., а перпендикуляръ h, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, равенъ 4 см. Опредѣлить длину отрѣзковъ, на которые этотъ перпендикуляръ дѣлитъ гипотенузу.

353. Въ прямоугольномъ треугольникѣ перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, равенъ $h=12$ вершк., а отношеніе образовавшихся отрѣзковъ гипотенузы равно $p : q = 9 : 16$. Опредѣлить гипотенузу.

354. Въ прямоугольномъ треугольникѣ перпендикуляръ h, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, равенъ 32 см., а одинъ изъ отрѣзковъ, на которые этотъ перпендикуляръ дѣлитъ гипотенузу, равенъ $p=24$ см. Опредѣлить гипотенузу и катетъ этого треугольника.

355. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, дѣлитъ ее на два отрѣзка, большій изъ которыхъ p равенъ 28,8 см. Опредѣлить длину гипотенузы, если большій катетъ $a=38{,}4$ см.

356. Опредѣлить стороны прямоугольнаго треугольника, если извѣстно, что перпендикуляръ h, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, равенъ 12 метр., а разность отрѣзковъ гипотенузы $n=7$ метр.

357. Въ прямоугольномъ треугольникѣ перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, равенъ 9,6 дюйм., а сумма катетовъ равна 28 дюйм. Опредѣлить стороны треугольника.

358. Въ прямоугольномъ треугольникѣ перпендикуляръ h, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, равенъ 12 фут., а отношеніе катетовъ $a:b=3:4$. Опредѣлить стороны этого треугольника.

359. Опредѣлить діагонали ромба, если сторона его равна 15 см., а разстояніе точки пересѣченія діагоналей отъ стороны ромба равно 7,2 см.

360. Въ прямоугольномъ треугольникѣ одинъ изъ катетовъ равенъ $a=4$ см., а разность отрѣзковъ, на которые гипотенуза раздѣлена высотой, $n=1,6$ см. Опредѣлить стороны этого треугольника.

Зависимость между сторонами прямоугольнаго треугольника.

Какъ извѣстно, между сторонами прямоугольнаго треугольника существуетъ слѣдующее соотношеніе:

$$c^2=a^2+b^2.$$

На основаніи этой зависимости можно опредѣлить по даннымъ двумъ сторонамъ треугольника третью его сторону.

Зная катеты a и b треугольника, можно опредѣлить гипотенузу c по формулѣ:

$$c=\sqrt{a^2+b^2}\ \ldots (1),$$

а зная гипотенузу c и одинъ изъ катетовъ, — опредѣлить другой катетъ по формуламъ:

$$a=\sqrt{c^2-b^2}\ \ldots (2),\quad b=\sqrt{c^2-a^2}\ \ldots (3).$$

Замѣчаніе. Слѣдуетъ помнить, что при опредѣленіи сторонъ прямоугольнаго треугольника помощью формулъ (1), (2) и (3), принимается во вниманіе только ариѳметическое значеніе корня.

361. Будетъ ли треугольникъ прямоугольнымъ, если стороны его равны a) 5 см., 12 см. и 13 см.; b) 6 ф., 10 ф. и 15 ф.?

362. Вычислить гипотенузу, если катеты равны: a) 3 см. и 4 см.; б) 9 дюйм. и 40 дюйм.; c) 5 вершк. и 12 вершк.; d) 6,8 арш. и 5,1 арш. e) $1\frac{1}{4}$ м. и 3 м.; f) 24 дцм. и 45 дцм.?

363. Опредѣлить катетъ, если гипотенуза и другой катетъ соотвѣтственно равны: a) 5 саж. и 3 саж.; b) 13 фут. и 5 фут.; c) 17 см. и 15 см.; d) 8 саж. 1 арш. и 2 саж. 1 арш.; e) 4 саж. 1 ф. и 3 сажени; f) 4 м. 1 дцм. и 9 дцм.

364. Въ прямоугольномъ треугольникѣ гипотенуза $c=7,3$ см., а сумма катетовъ $m=10,22$ см. Опредѣлить каждый изъ катетовъ.

365. Разность катетовъ прямоугольнаго треугольника равна $n=1$ см., а гипотенуза $c=29$ см. Опредѣлить каждый изъ катетовъ.

366. Въ прямоугольномъ треугольникѣ $c+a=25$ см., а $b=5$ см. Опредѣлить стороны этого треугольника.

367. Въ прямоугольномъ треугольникѣ $c-a=2$ см. и $c-b=25$ см. Опредѣлить стороны этого треугольника.

368. Опредѣлить длину діагонали квадрата, если сторона его a равна 3 см.

369. Діагональ d квадрата равна 8,46 см. Опредѣлить длину его стороны.

370. Периметръ квадрата $2p=72$ дюйм. Опредѣлить периметръ равнобедреннаго треугольника, у котораго основаніе общее съ квадратомъ, а вершина находится въ рединѣ стороны квадрата.

371. Діагональ прямоугольника равна 65 см., а отношеніе сторонъ 5 : 12. Опредѣлить стороны этого прямоугольника.

372. Діагональ прямоугольника равна 37 см., а одна изъ сторонъ его 35 см. Опредѣлить вторую сторону этого прямоугольника.

373. Діагонали ромба равны 24 см. и 70 см. Опредѣлить его сторону.

374. Въ равнобедренномъ треугольникѣ основаніе и высота соотвѣтственно равны 18 см. и 40 см. Опредѣлить длину боковой стороны этого треугольника.

375. Въ равнобедренномъ треугольникѣ высота и боковая сторона соотвѣтственно равны 21 дюйм. и 29 дюйм. Опредѣлить длину основанія этого треугольника.

376. Въ равнобедренномъ треугольникѣ основаніе и боковая сторона соотвѣтственно равны 22 см. и 61 см. Опредѣлить высоту этого треугольника.

377. Опредѣлить стороны равнобедреннаго треугольника, зная, его периметръ $2p$ и высоту h_a, опущенную на боковую сторону.

При рѣшеніи задачъ №№ 378—383 слѣдуетъ пользоваться соотношеніемъ: если въ прямоугольномъ треугольникѣ одинъ изъ острыхъ угловъ содержитъ 30°, то противолежащій ему катетъ (меньшій) равенъ половинѣ гипотенузы. Въ этомъ нетрудно убѣдиться, дополнивъ такой прямоугольный треугольникъ до равносторонняго (такъ, чтобы большій катетъ служилъ его высотой); тогда меньшій катетъ будетъ представлять собой половину стороны треугольника.

378. Гипотенуза прямоугольнаго треугольника равна 11,87 метр., а одинъ изъ острыхъ угловъ 30°. Опредѣлить катеты этого треугольника.

379. Уголъ между стороной треугольника, равной 16,3 см., и основаніемъ равенъ 30°. Опредѣлить высоту этого треугольника.

380. Стороны треугольника, образующія уголъ въ 60°, соотвѣтственно равны 3,75 см. и 2 см. Опредѣлить третью сторону этого треугольника.

381. Стороны треугольника, образующія уголъ въ 120°, соотвѣтственно равны 0,8 см. и 0,7 см. Опредѣлить третью сторону этого треугольника.

382. Уголъ треугольника между основаніемъ, равнымъ 50,2 см. и боковой стороной въ 33,9 см., равенъ 60°. Опредѣлить каждый изъ отрѣзковъ, на которые высота дѣлитъ основаніе.

383. Въ прямоугольномъ треугольникѣ катеты равны 7,2 см. и 9,6 см. Какъ измѣнится большій катетъ этого треугольника, если, не измѣняя гипотенузы, увеличить второй катетъ на 0,4 см.

Въ задачахъ №№ 384—393 также примѣняется теорема о квадратѣ гипотенузы, хотя зависимость между данными и искомыми выясняется не сразу.

384. Стороны параллелограмма равны 1,2 дцм. и 0,9 дцм. Изъ вершины тупого угла опущенъ на противоположную бо́льшую сторону параллелограмма перпендикуляръ, отсѣкающій отъ нея отрѣзокъ въ 0,8 дцм. Опредѣлить меньшую діагональ параллелограмма.

385. Стороны параллелограмма равны 9 см. и 15,25 см.; разстояніе между меньшими сторонами 15 см. Опредѣлить діагонали параллелограмма.

386. Опредѣлить стороны равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника, если его периметръ равенъ $2p$.

387. Периметръ $2p$ прямоугольнаго треугольника равенъ 30 см.; одинъ изъ катетовъ $a = 5$ см. Опредѣлить длину гипотенузы.

388. Гипотенуза прямоугольнаго треугольника $c = 50$ дюйм., а отношеніе катетовъ $a : b = 7 : 24$. Опредѣлить катеты этого треугольника.

389. Опредѣлить стороны прямоугольнаго треугольника, если его периметръ равенъ $2p$, а отношеніе катетовъ равно $m : n$.

390. Опредѣлить катеты прямоугольнаго треугольника, если медіаны этихъ катетовъ равны m_a и m_b.

391. Опредѣлить катеты прямоугольнаго треугольника, если извѣстна гипотенуза c и медіана m_a.

392. Въ прямоугольномъ треугольникѣ катетъ и гипотенуза соотвѣтственно равны 12 см. и 15 см. Меньшій изъ угловъ этого треугольника раздѣленъ пополамъ и на биссектриссѣ угла взята точка, находящаяся на разстояніи 15 см. отъ гипотенузы. Опредѣлить разстояніе этой точки отъ вершины угла.

393. Перпендикуляръ, опущенный на гипотенузу прямоугольнаго треугольника изъ средины одного изъ катетовъ, равенъ $m = 6$ см., а средина гипотенузы отстоитъ отъ этого же катета на $n = 7,5$ см. Опредѣлить стороны треугольника.

Опредѣленіе стороны, лежащей противъ остраго или тупого угла въ треугольникѣ.

При рѣшеніи задачъ этого отдѣла, слѣдуетъ предварительно выяснить видъ треугольника, а затѣмъ уже выполнять чертежъ и приступать къ рѣшенію задачи.

Теоремы, изъ условій которыхъ опредѣляется сторона треугольника, лежащая противъ остраго, прямого или тупого угла, кромѣ непосредственнаго ихъ примѣненія, даютъ возможность также опредѣлить видъ треугольника. Для этого, какъ извѣстно, достаточно примѣнить слѣдующее соотношеніе:

Уголъ треугольника окажется острымъ, прямымъ или тупымъ, смотря по тому, будетъ ли квадратъ стороны, противолежащей ему, меньше, равенъ или больше суммы квадратовъ двухъ другихъ сторонъ.

Разсмотримъ примѣры.

Опредѣлить видъ треугольника, если стороны a, b и c его соотвѣтственно равны 1) 2,1 см., 1,2 см. и 2,4 см.; 2) 0,3 см., 0,5 см. и 0,4 см.; 3) 2 см., 4 см. и 2,5 см.

Примѣняя указанное соотношеніе, имѣемъ:

1) $2,4^2 < 2,1^2 + 1,2^2$; изъ этого неравенства видно, что уголъ, лежащій противъ стороны c, равной 2,4 см., будетъ острымъ (сторона c въ немъ наибольшая);

Замѣчаніе. Чтобы судить о томъ, будетъ ли треугольникъ остроугольнымъ, недостаточно составить одно неравенство. Необходимо убѣдиться, что каждый изъ угловъ треугольника острый, т.-е. что квадратъ каждой стороны треугольника больше суммы квадратовъ двухъ другихъ его сторонъ. Если эти условія удовлетворяются, то только тогда можно утверждать, что треугольникъ остроугольный.

2) $0,5^2=0,3^2+0,4^2$; это равенство указываетъ, что уголъ, лежащій противъ стороны b, равный 0,5 см., будетъ прямымъ, а треугольникъ—прямоугольнымъ;

3) $4^2>2^2+2,5^2$; это неравенство даетъ возможность заключить, что уголъ, лежащій противъ стороны b, равной 4 см., будетъ тупымъ, а треугольникъ —тупоугольнымъ (сторона b въ немъ наибольшая).

Выяснивъ себѣ такимъ образомъ видъ треугольника примѣняютъ, если этого требуютъ условія задачи, соотвѣтствующія теоремы о квадратѣ стороны треугольника, лежащей противъ остраго или тупого угла.

394. Опредѣлить видъ треугольника, если стороны его соотвѣтственно равны: 1) $a=0,8$ см., $b=1$ см., $c=1,2$ см.; 2) $a=3$ дцм., $b=5$ дцм., $c=7$ дцм.; 3) $a=3$ дюйм., $b=5$ дюйм., $c=8$ дюйм.; 4) $a=24$ см., $b=26$ см., $c=10$ см.

395. Зная двѣ стороны a и b треугольника, опредѣлить, при какомъ численномъ значеніи третьей стороны c треугольникъ будетъ a) остроугольнымъ, b) тупоугольнымъ, если: 1) $a=5$ см., $b=7$ см. 2) $a=9$ арш., $b=4$ арш. 3) $a=8$ дцм., $b=1$ метр.

396. Основаніе треугольника $b=15,6$ см., а двѣ другія стороны $a=12,3$ см. и $c=4,5$ см. Опредѣлить высоту h_a треугольника.

397. Основаніе треугольника $b=53,9$ см., а двѣ другія его стороны $a=51,8$ см. и $c=17,5$ см. Опредѣлить части, на которыя высота дѣлитъ основаніе.

398. Въ треугольникѣ ABC изъ вершины B опущенъ на сторону $AC=b=6$ см., перпендикуляръ BD. Опредѣлить AB, если $BC=a=8,4$ см. и $AD=m=3,6$ см.

399. Опредѣлить основаніе остроугольнаго равнобедреннаго треугольника, зная боковую сторону $a=10$ см., если большая часть боковой стороны, отсѣченная перпендикуляромъ, опущеннымъ на нее изъ вершины угла, прилежащаго къ основанію, равна основанію.

400. Стороны a и b треугольника, изъ которыхъ b — основаніе, равны соотвѣтственно 13 м. и 9,35 м., а уголъ между ними равенъ 60°. Опредѣлить каждый изъ отрѣзковъ, на которые высота дѣлитъ основаніе.

401. Стороны a и b треугольника равны 0,3 см. и 0,16 см., а уголъ между ними равенъ 60°. Опредѣлить третью сторону этого треугольника.

402. Опредѣлить стороны a, b и c остроугольнаго треугольника, если $a-c=d=2$ см., а отрѣзки m и n, на которые основаніе b дѣлится высотой, соотвѣтственно равны 9 см. и 5 см.

403. Стороны треугольника соотвѣтственно равны $a=0,9$ см., $b=1,2$ см. и $c=1,6$ см. Опредѣлить высоты h_a, h_b, и h_c, соотвѣтствующія этимъ сторонамъ.

404. Въ треугольникѣ основаніе $b=28,8$ см., а другія стороны $a=3$ см. и $c=18$ см. Опредѣлить длину биссектриссы угла при вершинѣ треугольника.

405. Въ равнобедренной трапеціи извѣстны основанія $a=3$ дюйм. и $c=2$ дюйм., и боковая сторона $b=1,25$ дюйм. Опредѣлить діагонали этой трапеціи.

406. Основаніе треугольника $b=9,5$ см,. а двѣ другія стороны его $a=18,5$ см. и $c=10$ см. Опредѣлить высоту треугольника*).

407. Боковыя стороны a и c треугольника равны соотвѣтственно 3,2 см. и 4,8 см. Опредѣлить основаніе этого треугольника, если отрѣзокъ основанія между высотой и биссектриссой угла при вершинѣ равенъ $n=1,2$ см.

408. Стороны a и b треугольника равны 8 см. и 7 см., а уголъ между ними равенъ 120°. Опредѣлить третью сторону этого треугольника.

409. Стороны a, b и c треугольника соотвѣтственно равны 5,64 см., 8,3 см. и 11,26 см. Опредѣлить отрѣзки, на которые высоты раздѣляютъ стороны треугольника.

410. Основанія трапеціи $a=35$ см., и $c=8,75$ см., а боковыя стороны $b=12,5$ см. и $d=23,75$ см. Опредѣлить разстоянія отъ точки пересѣченія діагоналей этой трапеціи до каждаго изъ ея основаній.

Зависимость между сторонами и діагоналями параллелограмма. Вычисленіе медіанъ сторонъ треугольника.

Обозначивъ неравныя стороны параллелограмма черезъ a и b, а его діагонали черезъ d_1 и d_2, по теоремѣ о зависимости между этими элементами, будемъ имѣть:

$$d_1^2+d_2^2=2a^2+2b^2 \ldots (1).$$

На основаніи этого равенства можно по тремъ даннымъ элементамъ параллелограмма вычислить четвертый, а также опредѣлить длину медіанъ сторонъ треугольника.

---

*) См. зад. № 394 и 396.

Кромѣ того, медіаны сторонъ треугольника могутъ быть опредѣлены при помощи особой теоремы, устанавливающей зависимость между медіанами и сторонами одного и того же треугольника.

Эта теорема выражается такъ: *удвоенный квадратъ медіаны основанія треугольника равенъ суммѣ квадратовъ двухъ его боковыхъ сторонъ безъ удвоеннаго квадрата половины основанія.* Такъ какъ любую сторону треугольника можно принять за основаніе, то теорема о медіанѣ даетъ возможность опредѣлять медіану каждой изъ сторонъ треугольника.

Обозначивъ медіану стороны a треугольника черезъ m_a, медіану стороны b черезъ m_b, а медіану стороны c черезъ m_c, указанную зависимость выразимъ слѣдующими равенствами:

$$\left.\begin{aligned} 2m_a^2&=b^2+c^2-\frac{a^2}{2};\\ 2m_b^2&=a^2+c^2-\frac{b^2}{2};\\ 2m_c^2&=a^2+b^2-\frac{c^2}{2}. \end{aligned}\right\}\ldots(2).$$

Примѣненіе указанныхъ зависимостей къ рѣшенію задачъ можно выяснить на слѣдующемъ примѣрѣ:

Стороны a, b и c треугольника соотвѣтственно равны: 2,2 см., 2,3 см. и 1,5 см. Опредѣлить длину медіаны m_b.

Пользуясь непосредственно теоремой о медіанѣ и подставляя въ формулу

$$2m_b^2=a^2+c^2-\frac{b^2}{2},$$

соотвѣтствующія численныя значенія для сторонъ треугольника, найдемъ, что $m_b=1,6$ см.

Эту же задачу можно рѣшить, примѣняя теорему о параллелограммѣ, такъ:

Сдѣлавъ соотвѣтствующій чертежъ, продолжимъ медіану m_b по другую сторону основанія на разстояніе, равное длинѣ медіаны и конецъ полученнаго отрѣзка соединимъ съ вершинами угловъ, прилежащихъ къ основанію; полученный такимъ образомъ четыреугольникъ будетъ параллелограммъ, такъ какъ въ немъ діагонали взаимно дѣлятся пополамъ. Поэтому примѣняемъ формулу (1) и, замѣняя въ ней d_2 черезъ $2m_b$, а d_1 черезъ b, получимъ:

$$b^2+4m_b^2=2a^2+2c^2, \text{ откуда } m_b=\frac{\sqrt{2(a^2+c^2)-b^2}}{2}.$$

Подстановка въ найденную формулу числовыхъ данныхъ приводитъ къ ранѣе полученному результату.

411. Одна изъ сторонъ параллелограмма равна $a=7,7$ см., а діагонали его $d_1=16,1$ см. и $d_2=10,5$ см. Опредѣлить вторую неравную сторону параллелограмма.

412. Стороны параллелограмма $a=6,6$ дюйм. и $b=9,6$ дюйм., а одна изъ его діагоналей $d_1=13,8$ дюйм. Опредѣлить другую діагональ этого параллелограмма.

413. Стороны треугольника a, b и c, соотвѣтственно равны 11 см., 7,5 см. и 11,5 см. Опредѣлить медіаны m_a, m_b и m_c сторонъ этого треугольника.

414. Опредѣлить длину медіаны треугольника, если основаніе его $b=8,4$ см., высота $h_b=3,6$ см., а одна изъ двухъ другихъ сторонъ $c=3,9$ см.

415. Опредѣлить стороны треугольника, если извѣстно, что медіаны его сторонъ соотвѣтственно $m_a=15$ см., $m_b=12$ см. и $m_c=17$ см.

416. Стороны b и c треугольника соотвѣтственно равны 16 дюйм. и 25 дюйм., а медіана m_a равна 11,6 см. Опредѣлить сторону a этого треугольника.

Окружность, радіусъ, хорда, касательная.

Какъ извѣстно, *окружностью* называется замкнутая кривая линія, каждая точка которой находится на одномъ и томъ же разстояніи отъ точки, лежащей внутри этой кривой и называемой *центромъ* окружности. Отрѣзокъ прямой, соединяющій центръ окружности съ какой-либо точкой ея, называется *радіусомъ* окружности, а отрѣзокъ прямой, соединяющій двѣ точки окружности и проходящій черезъ центръ, называется *діаметромъ* окружности. Изъ опредѣленія діаметра окружности ясно, что онъ равенъ двумъ радіусамъ той же окружности.

417. Разстояніе точки, лежащей внѣ окружности радіуса 15 см., отъ центра этой окружности равно 23 см. Опредѣлить a) кратчайшее, b) наибольшее разстояніе точки отъ этой окружности.

418. Въ окружности проведены два взаимно перпендикулярныхъ діаметра AB и CD. Изъ точки K окружности опущены на эти діаметры перпендикуляры KE и KN; точки E и N соединены между собой. Опредѣлить радіусъ окружности, если EN равно 11 дюйм.

419. На діаметрѣ окружности взята точка, въ которой діаметръ дѣлится на двѣ части, относящіяся между собой, какъ 3 : 5. Опредѣлить разстояніе этой точки отъ центра окружности, если ея радіусъ равенъ 2,8 дцм.

Отрѣзокъ прямой, соединяющій какія-либо двѣ точки окружности, но непроходящій черезъ центръ ея, называется *хордой*.

Длина хорды, какъ извѣстно, мѣняется въ зависимости отъ разстоянія этой хорды отъ центра окружности; такъ, равныя хорды одинаково удалены отъ центра, а неравныя неодинаково, а именно, большая хорда ближе къ центру, а меньшая — дальше отъ центра.

420a. Возможно ли въ окружности, радіусъ которой равенъ 20,7 см., провести хорду длиною a) въ 42 см., b) въ 40 см.?

420b. Опредѣлить длину наибольшей хорды, проведенной въ окружности, радіусъ которой равенъ 12,3 см.

420c. Возможно ли такое положеніе хорды въ окружности діаметра 32,6 см., при которомъ разстоянія ея концовъ отъ центра были бы равны a) 5,2 см., b) 16,3 см., c) 23,7 см.?

421. Въ окружности, радіусъ которой равенъ 13 см., проведена хорда, длина которой 24 см. Опредѣлить разстояніе отъ центра окружности другой хорды, равной и параллельной первой.

422. Въ окружности проведены двѣ хорды; длина одной изъ нихъ равна 14,3 см., длина другой на 2,2 см. меньше первой. Какая изъ этихъ хордъ расположена дальше отъ центра?

Радіусъ, перпендикулярный къ хордѣ, дѣлитъ хорду и дугу, стягиваемую хордой, пополамъ. Это свойство радіуса слѣдуетъ помнить при рѣшеніи задачъ, помѣщенныхъ ниже.

423. Черезъ средину радіуса окружности проведена перпендикулярно къ нему хорда, концы которой соединены съ концами этого радіуса. Опредѣлить периметръ образовавшагося четыреугольника, если радіусъ окружности равенъ 10,3 см.

424. Хорда MN проведена перпендикулярно діаметру AB окружности. Какую часть окружности составляетъ дуга MBN, если дуга AM равна $\frac{5}{12}$ этой окружности?

425. Изъ центра окружности опущенъ перпендикуляръ на хорду, равную 17 см. Опредѣлить разстояніе основанія перпендикуляра отъ концовъ хорды.

426. Къ хордѣ, длина которой равна 16,7 дюйм., возставленъ перпендикуляръ изъ точки этой хорды, находящейся отъ одного конца ея на разстояніи a) 8,15 дюйм., b) 8,35 дюйм. Проходитъ ли этотъ перпендикуляръ черезъ центръ окружности, внутри которой проведена хорда?

427. Двѣ хорды проведены изъ одной точки окружности подъ прямымъ угломъ другъ къ другу. Опредѣлить длину каждой изъ нихъ, если разстоянія ихъ отъ центра окружности равны соотвѣтственно 30 дцм. и 40 дцм.

При рѣшеніи задачъ №№ 428—435 разсматривается прямоугольный треугольникъ, составленный радіусомъ окружности (гипотенуза), полухордой и разстояніемъ хорды отъ центра окружности (катеты).

428. Концы хорды, длина которой равна 27 вершк., соединены съ центромъ окружности, въ которой проведена эта хорда. Уголъ между радіусами прямой. Опредѣлить разстояніе хорды отъ центра.

429. Въ окружности, радіусъ которой равенъ 17 см., проведена хорда въ 16 см. Опредѣлить разстояніе ея отъ центра окружности.

430. Длина хорды 30 фут., разстояніе ея отъ центра окружности равно $\frac{8}{17}$ радіуса этой окружности. Опредѣлить радіусъ.

431. Разстояніе точки, взятой внутри окружности, отъ центра этой окружности равно 20,5 см.; хорда, проведенная черезъ эту точку, дѣлится въ ней на части, равныя 16,5 см. и 25,5 см. Опредѣлить радіусъ окружности.

432. Опредѣлить длину хорды, проведенной на разстояніи 35 дюйм. отъ центра окружности, радіусъ которой равенъ 37 дюйм.

433. Въ окружности, радіусъ которой равенъ 25 вершк., проведена хорда въ 48 вершк., стягивающая нѣкоторую дугу. Опредѣлить хорду, стягивающую половину этой дуги.

434. Въ окружности проведены двѣ хорды; длина первой равна 4 дюйм., длина второй = 4,8 дюйм. Разстояніе первой отъ центра 2,4 дюйм. Опредѣлить разстояніе второй хорды отъ центра.

435. Хорда окружности, перпендикулярная къ радіусу, равна 30 дюйм. Опредѣлить діаметръ этой окружности, если извѣстно, что часть радіуса между хордой и меньшей изъ стягиваемыхъ хордой дугъ окружности равна 9 дюйм.

Прямая, лежащая внѣ окружности и имѣющая съ ней одну общую точку, называется *касательной*.

Касательная, проведенная къ окружности изъ внѣшней точки, перпендикулярна къ радіусу этой окружности въ точкѣ касанія.

Прямая, проведенная изъ внѣшней точки и пересѣкающаяся съ окружностью, называется *сѣкущей.*

436. На продолженіи діаметра окружности взята точка, наименьшее разстояніе которой отъ окружности равно 4,5 фут., а наибольшее — 8 фут. Опредѣлить длину касательной, проведенной къ окружности изъ этой точки.

437. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведена къ этой окружности касательная, длина которой 35 дцм. Опредѣлить разстояніе точки отъ центра, если радіусъ окружности равенъ 12 дцм.

438. Изъ точки, лежащей внѣ окружности на разстояніи 25 см. отъ ближайшей точки этой окружности, проведена касательная, длина которой 45 см. Опредѣлить радіусъ окружности.

Касательныя, проведенныя къ окружности изъ одной точки, равны между собой.

Это слѣдуетъ помнить при рѣшеніи зад. №№ 439—442.

439. Двѣ точки лежатъ на одной прямой съ центромъ окружности и внѣ ея. Опредѣлить радіусъ этой окружности, если разстояніе между точками равно a, а касательныя, проведенныя изъ этихъ точекъ къ окружности, соотвѣтственно равны b и c.

440. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены къ ней двѣ касательныя. Опредѣлить каждую изъ нихъ, если ихъ сумма равна 42 верш.

441. Внѣ треугольника ABC проведена окружность такъ, что она касается стороны AB въ точкѣ M и продолженій сторонъ AC и CB въ точкахъ P и Q. Опредѣлить длину каждой изъ прямыхъ CP и CQ, если периметръ треугольника ABC равенъ 26 см.

442. Изъ точки A, лежащей внѣ окружности, проведены къ этой окружности двѣ касательныя въ точкахъ B и C; длина одной изъ этихъ касательныхъ равна m=19 см. Въ точкѣ D, взятой на дугѣ (меньшей), на которую опирается уголъ BAC, проведена къ окружности третья касательная, пересѣкающая двѣ первыя въ точкахъ E и F. Опредѣлить периметръ треугольника AEF.

443. Изъ точки, находящейся на разстояніи 75 см. отъ центра окружности, проведена къ этой окружности сѣкущая, внутренняя часть которой равна 40 см. Опредѣлить длину внѣшней части этой сѣкущей, если радіусъ окружности равенъ 29 см.

Относительное положеніе окружностей.

Разсматривая взаимное положеніе окружностей, условимся обозначать ихъ радіусы буквами r и r_1, а разстоянія ихъ центровъ — буквой d.

Тогда условія того или иного расположенія окружностей выразятся слѣдующими соотношеніями элементовъ r, r_1, и d:

Если $r+r_1<d$ то одна окружность лежитъ *внѣ* другой;
» $r-r_1>d$ » одна окружность лежитъ *внутри* другой;
» $r+r_1>d$, » $r-r_1<d$ } » окружности *пересѣкаются;*
» $r+r_1=d$ » окружности *касаются* внѣшне;
» $r-r_1=d$ » окружности *касаются* внутренне.

Условіе $d=0$ указываетъ, что данныя окружности концентрическія.

444. Найти кратчайшее разстояніе двухъ окружностей, если a) радіусы ихъ равны 3 см. и 17 см., а разстояніе ихъ центровъ равно 33 см., b) радіусы ихъ равны 9 см. и 18 см., а разстояніе ихъ центровъ равно 6 см.

445. Опредѣлить радіусы двухъ концентрическихъ окружностей, если наименьшее разстояніе между ними равно 5 дюйм., а наибольшее 42 дюйм.

446. Опредѣлить относительное положеніе двухъ окружностей, если ихъ радіусы r и r_1 и разстояніе ихъ центровъ d послѣдовательно равны a) r=7,5 см., r_1=2,9 см. и d=15 см.; b) r=10 см., r_1=3 см. и d=4,3 см..

447. Опредѣлить относительное положеніе двухъ окружностей, если ихъ радіусы r и r_1 и разстояніе ихъ центровъ d послѣдовательно равны a) r=3,4 см. r_1=8,7 см. и d=12,1 см.; b) r=13,8 см., r_1=11,2 см. и d=2,6 см.

448. Опредѣлить относительное положеніе двухъ окружностей, если a) r=20 см., r_1=12,5 см. и d=10 см.; b) r=15 дцм., r_1=27 дцм. и d=0.

449. Каково относительное положеніе двухъ окружностей, если разность ихъ радіусовъ равна 12,5 см., а разстояніе ихъ центровъ равно $\frac{1}{4}$ большаго или $\frac{2}{3}$ меньшаго радіуса?

450. Радіусы двухъ окружностей равны 45 см. и 12 см. Каково можетъ быть разстояніе центровъ, если эти окружности a) лежатъ одна

внѣ другой; b) лежатъ одна внутри другой; c) пересѣкаются; d) касаются внѣшне; e) касаются внутренне.

451. Какими цѣлыми числами можетъ быть выражено разстояніе центровъ двухъ пересѣкающихся окружностей, если радіусы ихъ равны 16,4 см. и 3,6 см.

452. Каково относительное положеніе двухъ окружностей, у которыхъ разстояніе центровъ равно 17,5 см., радіусъ меньшей окружности равенъ 10 см., а разность радіусовъ равна $\frac{1}{7}$ части разстоянія центровъ?

453. Опредѣлить длину общей хорды двухъ пересѣкающихся окружностей, если радіусы ихъ равны 10 м. и 12 м., а разстояніе центровъ 20 метр.

454. Касательныя, проведенныя къ окружностямъ въ одной изъ точекъ ихъ пересѣченія, перпендикулярны другъ къ другу. Опредѣлить разстояніе центровъ этихъ окружностей, если радіусы ихъ $r=28$ саж. и $r_1=11\frac{2}{3}$ саж.

455. Опредѣлить длину хорды, соединяющей точки пересѣченія двухъ окружностей, радіусы которыхъ $r=45$ фут. и $r_1=18$ фут., а разстояніе центровъ $d=36$ фут.

456. Двѣ окружности касаются другъ друга; радіусъ одной изъ нихъ равенъ 10 см. Опредѣлить радіусъ другой, если разстояніе ихъ центровъ равно a) 5 см. и b) 17,5 см.

457. Разстояніе центровъ двухъ внѣшне касающихся окружностей равно 37,5 арш. Опредѣлить радіусы, если отношеніе ихъ равно 1 : 2.

458. Разстояніе центровъ двухъ внутренне касающихся окружностей равно 15 см. Опредѣлить радіусы, если отношеніе ихъ равно 2 : 5.

459. Каждая изъ трехъ окружностей внѣшне касается двухъ остальныхъ. Опредѣлить разстоянія центровъ этихъ окружностей, если радіусы ихъ равны соотвѣтственно 20 ф., 30 ф. и $33\frac{1}{3}$ ф.

460. Три окружности касаются другъ друга внутренне въ общей точкѣ. Опредѣлить ихъ радіусы, если сумма ихъ равна 41 дюйму, при чемъ разстояніе отъ центра окружности большаго радіуса до центровъ двухъ другихъ окружностей соотвѣтственно равны 8 дюйм. и 5 дюйм.

461. Изъ вершинъ треугольника, какъ изъ центровъ, описаны три взаимно касающіяся окружности. Опредѣлить ихъ радіусы, если стороны треугольника соотвѣтственно равны 10 см., 12 см. и 15 см.

Центральные углы и соотвѣтствующія имъ дуги. Измѣреніе центральныхъ угловъ и дугъ.

Возможность измѣренія центральныхъ угловъ основана на слѣдующемъ соотношеніи:

Въ одной или двухъ окружностяхъ одинаковаго радіуса центральные углы относятся между собой, какъ соотвѣтствующія имъ дуги окружности.

Слѣдовательно, мѣрой центральнаго угла можетъ служить дуга, на которую онъ опирается, такъ какъ число угловыхъ единицъ въ углѣ равно числу дуговыхъ единицъ въ соотвѣтствующей ему дугѣ.

На основаніи указанныхъ соображеній за единицу мѣры угловъ принято считать *угловой градусъ*, равный $\frac{1}{90}$ части прямого угла, а за единицу мѣры дуги — *дуговой градусъ*, равный $\frac{1}{90}$ части длины четверти окружности или $\frac{1}{360}$ части длины всей окружности.

Кромѣ градуса, при измѣреніи угловъ и дугъ пользуются его долями — *минутой* и *секундой*, принимая $1^\circ=60'$, а $1'=60''$.

462. Если раздѣлить дугу AB на $m=17$ равныхъ частей, то въ дугѣ MN такихъ же частей будетъ содержаться $n=35$. Найти отношеніе $\smile AB$ къ $\smile MN$.

463. При нахожденіи общей наибольшей мѣры двухъ дугъ AB и A_1B_1 дуга A_1B_1 уложилась на дугѣ AB три раза съ остаткомъ CB; $\smile CB$ уложилась на $\smile A_1B_1$ пять разъ съ остаткомъ DB_1; $\smile DB_1$ уложилась на $\smile CB$ семь разъ. Опредѣлить отношеніе дугъ AB и A_1B_1.

464. Опредѣлить отношеніе двухъ центральныхъ угловъ одной и той же окружности, если центральный уголъ, служащій общей наибольшей мѣрой угловъ, содержится въ первомъ углѣ 15 разъ, а во второмъ 7 разъ.

465. Опредѣлить отношеніе двухъ центральныхъ угловъ, находящихся въ двухъ окружностяхъ одинаковаго радіуса, если дуга, соотвѣтствующая меньшему углу, укладывается въ дугѣ, соотвѣтствующей большему 4 раза съ остаткомъ; этотъ остатокъ содержится въ меньшей дугѣ 2 раза съ остаткомъ и, наконецъ, второй остатокъ укладывается въ первомъ 5 разъ.

466. Опредѣлить дугу и соотвѣтствующій ей центральный уголъ, если эта дуга равна суммѣ дугъ a) въ 6° 30′, 35° 20′ и 45° 10′; b) въ 10° 40′, 60° 50′ и 80° 30′; c) въ 5° 45′, 15° 20′ 32″, 50° 30′ 18″ 75°10′ 29″.

467. Опредѣлить дугу и соотвѣтствующій ей центральный уголъ, если эта дуга равна разности дугъ, содержащихъ соотвѣтственно a) 85° 20′ и 35° 50′; b) 160° 20″ и 45° 12′ 22″.

468. Опредѣлить дугу a) въ два раза большую дуги въ 13° 31′; b) въ 3 раза большую дуги въ 21° 38′ 45″; c) въ 5 разъ большую дуги въ 28° 32″.

469. Раздѣлить на 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 частей дуги окружности, равныя a) 90°; b) 180°; c) 270°; d) 120° 6′; e) 60° 30′ 18″.

470a. Какую часть окружности составляетъ дуга въ 1°; 1′; 1″?

470b. Какую часть окружности составляетъ дуга въ 30°; 45°; 60°; 15°; 120°; 150°; 135°; 11° 15′?

471. Хорда дѣлитъ окружность на двѣ дуги, отношеніе которыхъ равно 7 : 11. Опредѣлить градусную мѣру этихъ дугъ.

472. На окружности взяты четыре точки *A*, *B*, *C* и *D*. Дуги, содержащіяся между ними, относятся между собою, какъ 2 : 3 : 5 : 8. Опредѣлить эти дуги и соотвѣтствующіе имъ центральные углы.

473. Опредѣлить дугу, которую надо прибавить къ дугѣ въ 50°, чтобы вся полученная дуга относилась къ данной, какъ 8 : 5.

474. Въ окружности, черезъ одну ея точку, проведены двѣ хорды. Первая изъ нихъ дѣлитъ окружность на двѣ дуги, одна изъ которыхъ равна 60° 12′; вторая дуга раздѣлена второй хордой на части, относящіяся между собой, какъ 2 : 3. Опредѣлить эти части.

475. Хорда дѣлитъ окружность на двѣ части, относящіяся между собой, какъ 1 : 5; другая хорда, параллельная первой, дѣлитъ окружность на двѣ части, относящіяся, какъ 1 : 2. Опредѣлить дуги, содержащіяся между этими хордами.

476. Отъ концовъ діаметра *AC* на полуокружности отложены равныя дуги *AB* и *CD*. Точки *B* и *D* соединены съ центромъ *O*. Опредѣлить дуги *AB* и *CD*, если уголъ *BOD* равенъ 45° 18′.

477. Изъ концовъ дуги, на которую опирается центральный уголъ, равный 47°19′, опущены перпендикуляры на противоположныя стороны этого угла и продолжены до пересѣченія съ окружностью. Опредѣлить уголъ между этими перпендикулярами.

478. Въ окружности проведена хорда, отстоящая отъ центра на разстояніи, равномъ половинѣ радіуса. Опредѣлить дуги, стягиваемыя хордой.

479. Въ окружности, радіусъ которой равенъ 6,8 дцм., проведена хорда параллельно діаметру. Одинъ изъ концовъ ея соединенъ съ центромъ; уголъ между этимъ радіусомъ и діаметромъ равенъ 60°. Опредѣлить длину хорды и разстояніе ея отъ центра.

480. Въ окружности проведена хорда *CD*, на которую изъ центра *O* опущенъ перпендикуляръ *OA* и проведена наклонная *OB*. Уголъ *OBD* равенъ 135°, отрѣзокъ *AB* равенъ 5 см. Опредѣлить длину хорды *CD*, если *OA* равно ея половинѣ.

Градусная мѣра угловъ треугольника и многоугольника.

Въ нижеприводимыхъ задачахъ углы треугольника выражаются въ градусахъ и доляхъ его, а не въ частяхъ *d*.

Замѣчаніе. Слѣдуетъ помнить, что равенства: «$d=90°$», «$2d=180°$» и т. п. лишены всякаго смысла. Никогда *d* не будетъ равно 90°, но *уголъ*, равный *d*, будетъ *равенъ углу* въ 90°.

481. Возможенъ ли треугольникъ, углы котораго соотвѣтственно равны a) 30° 20′, 82° 15′ и 67° 25′; b) 15° 12′, 63° 18′ и 134° 11′?

482. Сколько цѣлыхъ градусовъ содержитъ a) наибольшій острый уголъ; b) наименьшій тупой?

483. Опредѣлить каждый изъ угловъ треугольника, если одинъ изъ нихъ равенъ $\frac{5}{8}$ другого и $\frac{5}{2}$ третьяго угла.

484. Биссектрисы двухъ угловъ треугольника образуютъ между собой уголъ, равный 140° 20′. Опредѣлить третій уголъ этого треугольника.

485. Внѣшній уголъ треугольника равенъ 104° 13′, а его смежный на 10° 12′ меньше одного изъ двухъ другихъ внутреннихъ угловъ этого же треугольника. Опредѣлить каждый изъ угловъ треугольника.

486. Опредѣлить уголъ при вершинѣ равнобедреннаго треугольника, если извѣстно, что внѣшній уголъ, прилежащій къ углу при основаніи этого треугольника, равенъ 112° 8′.

487. Уголъ при основаніи равнобедреннаго треугольника относится къ углу при вершинѣ, a) какъ 2 : 5; b) какъ 31 : 18. Опредѣлить эти углы.

488. Острые углы прямоугольнаго треугольника относятся между собой, a) какъ 3 : 7; b) какъ 27 : 73. Опредѣлить эти углы.

489. Изобразить въ масштабѣ 1 : 100 треугольникъ, стороны котораго равны 3,8 метра и 2,6 метра, а уголъ между ними равенъ 85°.

490. Сумма внѣшнихъ угловъ многоугольника вмѣстѣ съ однимъ изъ его внутреннихъ угловъ равна 396° 18′ 27″. Опредѣлить внутренній уголъ этого многоугольника.

Измѣреніе угловъ въ окружности.

Вписанные углы.

Вписанный уголъ измѣряется половиною центральнаго угла, опирающагося на ту же дугу, или, иначе, вписанный уголъ измѣряется половиной дуги, на которую опирается.

491. Центральный уголъ равенъ 96° 47′ 15″. Опредѣлить вписанный уголъ, опирающійся на ту же дугу, что и центральный.

492. Опредѣлить вписанный уголъ, опирающійся на дугу, равную 82° 16′ 14″.

493. Изъ вершины вписаннаго угла, какъ изъ центра, проведена дуга. Опредѣлить градусную мѣру части этой дуги, заключенной между сторонами угла, если уголъ равенъ 62° 18′ 13″.

494. Центральный уголъ опирается на дугу, равную $\frac{1}{12}$ части окружности. Опредѣлить вписанный уголъ, дуга котораго равна $\frac{5}{8}$ дуги перваго угла.

495. Вписанный уголъ на 32° 18′ 9″ меньше центральнаго угла, опирающагося на ту же дугу. Опредѣлить эту дугу.

496. Діаметръ BD окружности дѣлитъ вписанный уголъ ABC пополамъ. Опредѣлить этотъ уголъ, если $\smile CB$ составляетъ $\frac{3}{5}$ окружности.

497. Вписанный уголъ опирается на дугу, составляющую $\frac{2}{3}$ всей окружности. Опредѣлить этотъ уголъ.

498. Вписанный уголъ равенъ 7° 12′. Какой части окружности равна дуга, на которую опирается этотъ уголъ?

499. Вписанный уголъ равенъ 16° 20′ 12″. Опредѣлить дугу, на которую онъ опирается.

500. Сумма дугъ, стягиваемыхъ сторонами вписаннаго угла составляетъ $\frac{13}{25}$ окружности. Опредѣлить вписанный уголъ.

501. Два вписанныхъ угла опираются на одну и ту же хорду, а вершины ихъ лежатъ на обѣ стороны этой хорды. Опредѣлить каждый изъ этихъ угловъ, если a) они равны между собой; b) одинъ вдвое, втрое, ..., въ n разъ больше другого; c) отношеніе ихъ равно $m : n$.

502. Два вписанныхъ угла ABC=84° 20′ и $A_1 B C_1$=32° 28′ 14″ проведены изъ одной вершины B такъ, что хорды, AC и $A_1 C_1$ на которыя они опираются, параллельны между собой. Опредѣлить уголъ ABA_1.

503. Вписанный уголъ опирается на діаметръ. Опредѣлить углы, образуемые сторонами этого угла съ діаметромъ, если вершины вписаннаго угла дѣлятъ полуокружность на части, относящіяся между собой, какъ 5 : 7.

504. Гипотенуза прямоугольнаго треугольника равна 19 вершкамъ. Опредѣлить длину прямой, соединяющей вершину прямого угла съ срединой гипотенузы (медіану гипотенузы).

505. Перпендикуляръ, возставленный къ хордѣ окружности изъ ея конца, дѣлитъ большую изъ дугъ, стягиваемыхъ хордой, въ отношеніи 1 : 2. Опредѣлить меньшую дугу.

506. Опредѣлить сумму двухъ вписанныхъ угловъ, опирающихся на одну и ту же хорду, если вершины этихъ угловъ лежатъ по обѣ стороны хорды.

507. Сумма двухъ вписанныхъ угловъ равна 46° 16′. Опредѣлить каждый изъ нихъ, если извѣстно, что дуга, на которую опирается одинъ изъ нихъ, равна 62° 18′.

508. Вписанный уголъ составленъ діаметромъ и хордой. Опредѣлить его, если извѣстно, что центральный уголъ, опирающійся на ту же дугу, что и вписанный, равенъ 73° 13′ 22″.

509. Дуга, части которой стягиваются двумя хордами, выходящими изъ одной точки, равна 0,12 окружности. Опредѣлить уголъ между этими хордами.

510. Въ окружности проведенъ діаметръ AB и двѣ хорды AC и CD; $\smile DB$ равна $\frac{1}{6}$ части окружности. Опредѣлить вписанный уголъ ACD.

511. Двѣ хорды, проведенныя изъ одной точки окружности, служатъ сторонами вписаннаго угла. Одна изъ нихъ стягиваетъ дугу въ 123° 20′, другая — въ 29° 47′. Опредѣлить вписанный уголъ.

512. Изъ точки A, взятой на окружности, проведены хорды AB и AC, стягивающія дуги, соотвѣтственно равныя $23° 17' 44''$ и $31° 43' 16''$. Хорда AB продолжена за точку A. Опредѣлить уголъ составленный этимъ продолженіемъ съ другой хордой.

513. Опредѣлить углы четыреугольника, вписаннаго въ окружность, если его вершины раздѣляютъ окружность на четыре части, относящіяся между собой, какъ $2:3:4:6$.

514. Хорда дѣлитъ окружность на двѣ дуги такъ, что вписанные углы, опирающіеся на эти дуги, относятся между собой, какъ $15:17$. Опредѣлить эти углы.

515. Опредѣлить вписанный уголъ, если одна изъ хордъ, его составляющихъ, дѣлитъ окружность на двѣ части, относящіяся между собой, какъ $2:7$, а другая — какъ $1:2$.

516. Вписанный уголъ, равный $64° 20'$, раздѣленъ на 8 равныхъ частей. На какія части раздѣлилась при этомъ дуга окружности, на которую опирается вписанный уголъ?

517. На окружности взяты три точки M, N и P. Дуга $MN=64° 32'$, дуга $NP=46° 23'$. Опредѣлить уголъ между хордами MN и NP.

518. Черезъ концы хорды окружности проведены двѣ хорды, пересѣкающіяся на стягиваемой хордой дугѣ въ точкѣ, которая дѣлитъ эту дугу въ отношеніи $3:5$. Опредѣлить углы, образованные этими хордами съ большей хордой, если дуга, стягиваемая этой хордой, равна $216° 24''$.

519. Изъ концовъ діаметра проведены двѣ параллельныя другъ другу хорды, свободные концы которыхъ соединены между собой прямою, которая составляетъ съ діаметромъ уголъ въ $32° 16'$. Опредѣлить уголъ между діаметромъ и одной изъ проведенныхъ хордъ.

520. Въ окружность вписана трапеція, одна изъ непараллельныхъ сторонъ которой стягиваетъ дугу, равную $65° 26'$. Опредѣлить углы между діагоналями этой трапеціи.

521. Въ трапеціи, вписанной въ окружность, меньшее основаніе равно ея боковой сторонѣ. Одинъ изъ угловъ, прилежащихъ къ большему основанію трапеціи, равенъ $68° 16' 22''$. Опредѣлить градусную мѣру дугъ, стягиваемыхъ большимъ основаніемъ трапеціи.

Углы, имѣющіе вершину внутри окружности.

Уголъ, вершина котораго находится внутри окружности, измѣряется полусуммой двухъ дугъ, изъ которыхъ одна содержится между его сторонами, а другая между продолженіями этихъ сторонъ.

522. Опредѣлить уголъ, образуемый пересѣченіемъ внутри окружности двухъ хордъ, если дуги окружности, содержащіяся между этими хордами, равны $108° 24'$ и $50° 12'$.

523. Хорды AB и CD пересѣкаются внутри окружности. Опредѣлить уголъ между ними, если $\smile AC=30° 16'$, а $\smile DB=129° 44'$.

524. Опредѣлить уголъ, составленный двумя пересѣкающимися хордами, если разность дугъ, содержащихся между этими хордами, равна $27°$, а отношеніе ихъ $4:7$.

525. Уголъ, вершина котораго лежитъ внутри окружности, равенъ $54°$; меньшая изъ дугъ, содержащихся между его сторонами (или продолженіемъ ихъ), равна $\frac{1}{20}$ части всей окружности. Опредѣлить большую дугу.

526. Опредѣлить уголъ между двумя хордами, пересѣкающимися внутри окружности, если смежный ему уголъ опирается на дугу въ $28°$, а другой уголъ, также смежный первому — на дугу, составляющую $\frac{3}{5}$ окружности.

527. Двѣ хорды, стягивающія дуги въ $\alpha°$ и $\beta°$, пересѣкаются внутри окружности и образуютъ уголъ, равный $\gamma°$. Опредѣлить дуги, заключающіяся между его сторонами.

528. Двѣ хорды пересѣкаются внутри окружности подъ прямымъ угломъ. Одна изъ нихъ дѣлитъ меньшую дугу, стягиваемую другой, въ отношеніи $1:2$, вторая — дѣлитъ меньшую дугу, стягиваемую первой, въ отношеніи $1:3$. Опредѣлить дуги, стягиваемыя этими хордами.

Углы между касательной и хордой.

Уголъ, образованный касательной и хордой, измѣряется половиной дуги, заключенной между его сторонами.

529. Опредѣлить уголъ между касательной и хордой, выходящими изъ одной точки, если дуга, стягиваемая хордой, равна $23° 20' 16''$.

530. Опредѣлить уголъ, составленный касательной и хордой, дѣлящей окружность на двѣ части, если извѣстно, что разность этихъ частей равна $15° 18' 22''$.

531. Изъ точки окружности проведены касательная и хорда, образующія уголъ, равный $43° 28'$. Опредѣлить величину вписаннаго угла, опирающагося на эту хорду.

532. Опредѣлить уголъ между касательной и хордой, проходящей черезъ точку касанія, если отношеніе дугъ, на которыя хорда дѣлитъ окружность, равно 2 : 7.

533. Уголъ, заключенный между касательной и хордой, выходящей изъ точки касанія, равенъ $26° 50' 18''$. Опредѣлить каждую изъ дугъ окружности, стягиваемыхъ хордой.

534. Уголъ между хордой и касательной, выходящими изъ одной точки окружности, равенъ $29° 17' 12''$. Опредѣлить центральный уголъ, опирающійся на эту хорду.

535. Черезъ конецъ A діаметра AB проведены хорда AC и касательная AD; точка C соединена съ точкою B. Опредѣлить уголъ DAC, если уголъ $CBA=42° 16' 14''$.

536. Черезъ вершину вписаннаго угла, равнаго $35° 16' 19''$, проведена касательная къ окружности. Опредѣлить углы, образуемые этой касательной со сторонами вписаннаго угла.

Углы, вершины которыхъ лежатъ внѣ окружности. Описанные углы.

Описанный уголъ такъ же, какъ и уголъ, вершина котораго находится внѣ окружности, измѣряется полуразностью дугъ, заключенныхъ между его сторонами.

537. Опредѣлить описанный уголъ, если одна изъ дугъ, содержащихся между точками касанія, равна $147° 53'$.

538. Описанный уголъ равенъ 35°. Опредѣлить дуги, на которыя дѣлится окружность въ точкахъ касанія.

539. На окружности взяты три точки. Дуги, содержащіяся между ними, относятся, послѣдовательно, какъ 2 : 3 : 4. Въ этихъ точкахъ къ окружности проведены касательныя. Опредѣлить углы, образованные касательными другъ съ другомъ.

540. Въ окружности, черезъ конецъ діаметра, проведена хорда подъ угломъ въ $41° 7'$ къ діаметру. Опредѣлить уголъ между касательными, проведенными къ окружности черезъ концы хорды.

541. Двѣ хорды, выходящія изъ одной точки окружности, опираются своими концами на діаметръ; уголъ одной изъ этихъ хордъ съ діаметромъ равенъ $42° 15'$. Опредѣлить уголъ между касательными, проведенными къ окружности изъ концовъ второй хорды.

542. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены къ ней двѣ касательныя, образующія уголъ въ 60°. Опредѣлить разстояніе вершины этого угла отъ центра окружности, если ея радіусъ равенъ 28 см.

543. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены къ ней двѣ касательныя. Опредѣлить уголъ между ними, если извѣстно, что разстояніе вершины этого угла отъ центра окружности равно діаметру окружности.

544. Внутри окружности проведена вторая окружность, расположенная какъ угодно. Изъ точки, взятой на первой окружности, проведены двѣ хорды касательно ко второй окружности. Опредѣлить дугу между точками касанія, если дуга между концами хордъ равна $72° 30'$.

Углы, составленные касательной и сѣкущей. Углы, составленные двумя касательными.

Уголъ, составленный касательной и сѣкущей такъ же, какъ и уголъ, составленный двумя касательными, измѣряется полуразностью дугъ, заключенныхъ между его сторонами.

545. Черезъ одинъ конецъ дуги, равной $58° 18'$, проведена касательная къ окружности, а черезъ другой — діаметръ и хорда, параллельна касательной. Опредѣлить уголъ между продолженнымъ діаметромъ и касательной.

546. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены къ ней касательная и сѣкущая, проходящая черезъ центръ. Опредѣлить дуги, на которыя раздѣлится полуокружность въ точкѣ касанія, если уголъ между касательной и сѣкущей равенъ $62° 43'$.

547. Изъ концовъ діаметра проведены къ окружности касательная и сѣкущая, пересѣкающіяся между собой подъ угломъ въ $67° 22' 30''$. Опредѣлить меньшую изъ дугъ, содержащихся между касательной и сѣкущей.

548. Изъ точки внѣ окружности проведены къ ней касательная и сѣкущая, проходящая черезъ центръ. Опредѣлить уголъ между ними, если уголъ сѣкущей съ радіусомъ, проведеннымъ къ точкѣ касанія, равенъ $63° 18' 20''$.

549. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены къ ней двѣ сѣкущія. Дуги, содержащіяся между сторонами угла, образованнаго этими сѣкущими, равны $114° 56'$ и $62° 36'$. Опредѣлить уголъ.

550. Уголъ между двумя сѣкущими, проведенными изъ внѣшней точки къ окружности, равенъ $9° 12' 30''$. Большая изъ дугъ, содержащихся между сторонами этого угла, равна $31° 5'$. Опредѣлить меньшую дугу.

551. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены къ ней двѣ сѣкущія; одна черезъ центръ, другая такъ, что внѣшняя ея часть равна радіусу окружности. Опредѣлить a) большую изъ дугъ, заключенныхъ между сторонами угла, составленнаго этими сѣкущими, если уголъ равенъ 24°; b) уголъ, составленный сѣкущими, если большая изъ дугъ, содержащихся между его сторонами, равна 30°.

552. Уголъ, составленный двумя сѣкущими, одна изъ которыхъ проходитъ черезъ центръ окружности, равенъ 15° 20′. Опредѣлить каждую изъ дугъ, содержащихся между сторонами этого угла, если меньшая изъ дугъ, на которыя окружность дѣлится сѣкущею, не проходящей черезъ центръ, равна 102° 15′.

553. Дуги, содержащіяся между сторонами угла, вершина котораго лежитъ внѣ окружности, относятся между собой, какъ 1 : 2; меньшая изъ этихъ дугъ равна 14° 30′. Опредѣлить уголъ.

554. Изъ точки внѣ окружности проведены къ ней двѣ сѣкущія, образующія уголъ, равный 27° 17′. Опредѣлить меньшій изъ центральныхъ угловъ, опирающихся на дуги между сѣкущими, если отношеніе этихъ дугъ равно 2 : 3.

555. Изъ точки A, лежащей внѣ окружности, проведены двѣ сѣкущія: ABC и ADE; точки C и D соединены между собой; дуга BD=15° 18′, уголъ CDE=36° 7′. Опредѣлить уголъ CAE.

556. Въ окружности проведены два взаимно перпендикулярныхъ діаметра AC и BD; на продолженіи AC взята точка M, которая соединена съ точками B и D. Опредѣлить дуги BE и DN, отсѣкаемыя прямыми MB и MD отъ окружности, если уголъ BMD=85° 32′.

Свойство перпендикуляра, опущеннаго изъ точки окружности на діаметръ.

Теорема, на основаніи которой рѣшаются задачи этого отдѣла, представляетъ собой видоизмѣненную теорему о перпендикулярѣ, опущенномъ въ прямоугольномъ треугольникѣ изъ вершины прямого угла на гипотенузу.

Задачи, приводимыя ниже, рѣшаются на основаніи соображеній, указанныхъ въ отдѣлѣ о перпендикулярѣ на гипотенузу.

557. Опредѣлить длину хорды, проведенной въ окружности перпендикулярно къ діаметру D=15 см., если разстояніе конца хорды отъ одного изъ концовъ діаметра равно a=12 см.

558. На діаметръ окружности, радіусъ которой r равенъ 10 дцм., опущенъ перпендикуляръ изъ точки этой окружности, находящейся на разстояніи a=12 дцм., отъ одного изъ концовъ діаметра. Опредѣлить разстояніе этой точки отъ другого конца діаметра и каждую изъ частей, на которыя діаметръ раздѣлился перпендикуляромъ.

559. Изъ точки окружности опущенъ перпендикуляръ на его діаметръ D, равный 20 см. Опредѣлить длину этого перпендикуляра, если большій изъ отрѣзковъ, на которые діаметръ дѣлится перпендикуляромъ, равенъ p=12 см.

560. Изъ точки A окружности опущенъ перпендикуляръ AD на діаметръ BC. Разстояніе AB равно 15 дюйм., часть діаметра BD равна 12 дюйм. Опредѣлить AD и AC.

561. Опредѣлить радіусъ окружности, если извѣстно, что точка, взятая на этой окружности, находится на разстояніяхъ, соотвѣтственно равныхъ 3 метр. и 1,25 метр. отъ концовъ діаметра той же окружности.

562. Разстоянія отъ точки окружности, радіусъ которой r=6,5 дцм., до концовъ діаметра относятся между собой, какъ $m : n$=5 : 12. Опредѣлить разстояніе этой точки отъ діаметра.

563. Изъ точки окружности, радіусъ которой равенъ 6,5 см., опущенъ перпендикуляръ на діаметръ. Опредѣлить отрѣзки діаметра, на которые онъ дѣлится перпендикуляромъ, и разстояніе точки отъ концовъ діаметра, если длина перпендикуляра равна 4 см.

564. Длина хорды, проведенной въ окружности перпендикулярно къ діаметру, равна 30 метр. Большій изъ отрѣзковъ діаметра равенъ 20 метр. Опредѣлить разстояніе концовъ хорды отъ концовъ діаметра.

565. Перпендикуляръ, опущенный изъ точки окружности на діаметръ, равенъ h=12 см.; разстояніе этой точки отъ одного изъ концовъ діаметра равно d=13 см. Опредѣлить радіусъ окружности.

566. Хорда, проведенная въ окружности перпендикулярно къ діаметру, дѣлитъ его на два отрѣзка, отношеніе которыхъ равно 144 : 25. Опредѣлить радіусъ окружности, если длина хорды $3\frac{6}{13}$ фут.

Свойство хордъ, пересѣкающихся внутри окружности.

Хорды, взаимно пересѣкающіяся въ точкѣ, лежащей внутри окружности, дѣлятся на части обратно-пропорціональныя.

Это соотношеніе можно выразить еще слѣдующимъ образомъ:

Произведеніе отрѣзковъ любой изъ хордъ, проведенныхъ черезъ одну и ту же точку, взятую внутри окружности, равно произведенію отрѣзковъ діаметра, проходящаго черезъ ту же точку; это же произведеніе равно разности квадратовъ радіуса окружности и разстоянія взятой точки отъ центра.

Если обозначить отрѣзки какой-либо изъ хордъ буквами p и q, отрѣзки діаметра буквами m и n, а радіусъ окружности и разстояніе взятой точки отъ центра соотвѣтственно буквами r и k, то указанное соотношеніе можно будетъ выразить такъ:

$$p.q=m.n=r^2-k^2.$$

567. Отрѣзокъ одной изъ двухъ пересѣкающихся внутри окружности хордъ равенъ 7 см. Отрѣзки, на которые вторая хорда дѣлится въ точкѣ пересѣченія, равны 5,6 см. и 3 см. Опредѣлить второй отрѣзокъ первой хорды.

568. Въ окружности проведены двѣ пересѣкающіяся хорды; отрѣзки одной изъ нихъ равны 30 дм. и 20 дм., длина другой 55 дм. Опредѣлить отрѣзки, на которые раздѣлилась вторая хорда.

569. Двѣ хорды пересѣкаются въ точкѣ, лежащей внутри окружности. Разность отрѣзковъ первой изъ этихъ хордъ равна 10 фут., а отрѣзки второй изъ нихъ 40 фут. и 15 фут. Опредѣлить длину первой хорды.

570. Одна изъ двухъ хордъ, пересѣкающихся внутри окружности, равная 28 вершк., дѣлится въ точкѣ пересѣченія на части въ отношеніи 3 : 4. Одинъ изъ отрѣзковъ второй хорды равенъ 8 вершк. Опредѣлить длину второго отрѣзка этой хорды.

571. Черезъ точку, лежащую внутри окружности, проведены двѣ хорды; части одной изъ нихъ соотвѣтственно равны 2 дцм. и 3 дцм., части второй относятся между собой, какъ 75 : 32. Опредѣлить вторую изъ этихъ хордъ.

572. Произведеніе отрѣзковъ каждой изъ двухъ пересѣкающихся внутри окружности хордъ равно m=169 кв. см. Опредѣлить разстояніе точки ихъ пересѣченія отъ центра окружности, если ея радіусъ r равенъ 12 см.

573. Черезъ точку, лежащую внутри окружности, на разстояніи d, равномъ 9 см., отъ центра, проведены двѣ хорды, которыя въ этой точкѣ дѣлятся, одна въ отношеніи $m : n=1 : 4$, а другая въ отношеніи $p : q=1 : 9$. Опредѣлить длину каждой изъ этихъ хордъ, если радіусъ r окружности равенъ 15 см.

574. Три хорды пересѣкаются въ одной точкѣ, лежащей внутри окружности. Части первой хорды равны 2 дюйм. и 24 дюйм., разность отрѣзковъ второй равна 8 дюйм., а отношеніе отрѣзковъ третьей равно 3 : 4. Опредѣлить длину каждой хорды.

575. Въ окружности проведена хорда, длина которой 30 см. На этой хордѣ взята точка, наименьшее разстояніе которой отъ окружности равно 8,75 см., а наибольшее 25 см. Опредѣлить разстояніе этой точки отъ концовъ хорды.

Свойство сѣкущихъ, проведенныхъ къ окружности изъ внѣшней точки.

Если изъ точки, взятой внѣ окружности, проведены къ этой окружности нѣсколько сѣкущихъ, то произведеніе длины каждой изъ сѣкущихъ на длину ея внѣшней части есть величина постоянная, равная разности между квадратомъ разстоянія взятой точки отъ центра и квадратомъ радіуса.

Если обозначить длину каждой изъ двухъ сѣкущихъ, проведенныхъ къ окружности изъ одной точки, буквами l_1 и l_2, внѣшнія части этихъ сѣкущихъ буквами m_1 и m_2, а разстояніе взятой точки отъ центра окружности и радіусъ ея соотвѣтственно буквами k и r, то указанное соотношеніе можно выразить такъ:

$$l_1 . m_1=l_2 . m_2=k^2-r^2.$$

576. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены двѣ сѣкущія. Длина первой изъ нихъ равна 31 см., внѣшняя ея часть 12,48 см., а длина второй 48,36 см. Опредѣлить внѣшнюю часть второй сѣкущей.

577. Внѣшнія части двухъ сѣкущихъ, проведенныхъ изъ одной точки, соотвѣтственно равны 6 см. и 9 см., а длина первой изъ этихъ сѣкущихъ равна 27 см. Опредѣлить длину второй сѣкущей.

578. Изъ точки, находящейся на разстояніи 17,7 см. отъ центра окружности, проведена сѣкущая, часть которой, лежащая внутри окружности, равна внѣшней части. Опредѣлить длину этой сѣкущей, если радіусъ окружности равенъ 12,3 см.

579. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены двѣ сѣкущія; длина первой равна 40 дцм., а длина второй 20 дцм. Опредѣлить внѣшнія ихъ части, если разность этихъ частей равна 10 дцм.

580. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены къ ней двѣ сѣкущія, длина которыхъ соотвѣтственно равна 30 саж. и 33 саж. Внутренняя часть второй сѣкущей равна 18 саж. Опредѣлить внутреннюю часть первой.

581. Изъ внѣшней точки, находящейся на разстояніи 16 см. отъ центра, проведена сѣкущая. Опредѣлить длину сѣкущей и внѣшній ея отрѣзокъ, зная, что ея внутренній отрѣзокъ, равный радіусу окружности, содержитъ 12 см.

582. Хорда, длина которой 16,1 см., продолжена на 1,4 см. и изъ конца этого продолженія проведена къ окружности сѣкущая, въ которой внѣшняя и внутренняя части равны между собой. Опредѣлить длину сѣкущей.

583. Одна изъ двухъ сѣкущихъ, проведенныхъ изъ одной точки, равна 28 фут., а внутренняя ея часть 12 фут. Внѣшняя часть второй сѣкущей составляетъ $\frac{1}{3}$ часть всей сѣкущей. Опредѣлить длину послѣдней.

584. Сумма длинъ двухъ сѣкущихъ, проведенныхъ изъ одной точки, равна 93 фут. Внѣшній отрѣзокъ большей сѣкущей равенъ 18 фут., а внѣшній отрѣзокъ меньшей сѣкущей равенъ 13,5 фут. Опредѣлить длину каждой изъ сѣкущихъ.

Зависимость между касательной и сѣкущими, проведенными къ окружности изъ внѣшней точки.

Если изъ точки, взятой внѣ окружности, проведены къ ней касательная и сѣкущія, то произведеніе длины каждой сѣкущей на длину внѣшней ея части есть величина постоянная, равная квадрату длины касательной.

Если обозначить длину касательной буквою p, а длину двухъ сѣкущихъ и внѣшнихъ ихъ частей соотвѣтственно буквами l_1, l_2, n_1, и n_2, то указанное соотношеніе можно выразить такъ:

$$l_1 \cdot n_1 = l_2 \cdot n_2 = p^2.$$

585. Сѣкущая и касательная проведены къ окружности изъ одной внѣшней точки. Длина сѣкущей и внѣшняго отрѣзка ея соотвѣтственно равны 16,2 дюйм. и 1,8 дюйм. Опредѣлить длину касательной.

586. Хорда окружности, равная 10,8 см., продолжена на 3,6 см. и изъ конца этого продолженія проведена къ окружности касательная. Опредѣлить ея длину.

587. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены къ этой окружности касательная длиной въ 12,75 фут. и сѣкущая въ 15 фут. Опредѣлить внѣшнюю часть сѣкущей.

588. Изъ внѣшней точки проведены сѣкущая и касательная; длина внѣшней части сѣкущей 30 фут., а длина касательной 70 фут. Опредѣлить длину сѣкущей.

589. Изъ внѣшней точки проведены къ окружности касательная, равная 6 см., и сѣкущая, внутренняя часть которой равна 5 см. Опредѣлить длину сѣкущей.

590. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены сѣкущая, проходящая черезъ центръ, и касательная, длина которой 34 см. Опредѣлить радіусъ окружности, если длина внѣшней части сѣкущей равна 20 см.

591. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены къ ней касательная, равная 6,84 метр. и сѣкущая, внѣшняя часть которой относится къ внутренней, какъ 1 : 3. Опредѣлить длину сѣкущей.

592. Изъ внѣшней точки проведены касательная и сѣкущая. Внѣшняя часть сѣкущей на 2,4 дцм. больше внутренней ея части, которая вдвое меньше длины всей касательной. Опредѣлить длину сѣкущей и касательной.

Дѣленіе отрѣзка прямой въ крайнемъ и среднемъ отношеніи.

Раздѣлить отрѣзокъ прямой въ крайнемъ и среднемъ отношеніи значитъ раздѣлить его на двѣ части такъ, чтобы большая изъ этихъ частей была средне-пропорціональной между всѣмъ отрѣзкомъ и меньшей его частью.

Если обозначить длину всего отрѣзка и длину большей его части соотвѣтственно буквами a и m, то длина меньшей части будетъ $a-m$, и соотношеніе выразится такъ: $a : m = m : (a-m)$.

Откуда длина m (большей части) будетъ равна $a \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, а длина меньшей части будетъ равна $a \cdot \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Замѣчаніе. Слѣдуетъ обратить вниманіе на то, что нельзя раздѣлить отрѣзокъ прямой на такія двѣ части, чтобы меньшая часть была средне-пропорціональной между всѣмъ отрѣзкомъ и большей его частью, потому что весь отрѣзокъ не можетъ относиться къ меньшей части такъ, какъ меньшая часть относится къ большей, иначе говоря пропорція: $\frac{a}{a-m}=\frac{a-m}{m}$ невозможна.

593. Раздѣлить отрѣзокъ a прямой, равный 2 метр., въ крайнемъ и среднемъ отношеніи.

594. Найти отношеніе отрѣзка a прямой, раздѣленнаго въ крайнемъ и среднемъ отношеніи, къ отрѣзкамъ его, полученнымъ отъ этого дѣленія.

595. Отрѣзокъ a прямой, равный 40 см., продолженъ на такое разстояніе n, что отрѣзокъ a — средне пропорціоналенъ между $(a+n)$ и n. Опредѣлить n.

596. Гипотенуза c прямоугольнаго треугольника равна 26 см. Опредѣлить отношеніе меньшаго катета къ гипотенузѣ, если извѣстно, что стороны треугольника составляютъ непрерывную геометрическую пропорцію.

597. Биссектрисса прямого угла въ треугольникѣ дѣлитъ гипотенузу въ крайнемъ и среднемъ отношеніи. Опредѣлить катеты, если гипотенуза c равна 10 см.

Вписанные въ окружность и описанные около нея треугольники.

Задачи этого отдѣла рѣшаются, главнымъ образомъ, на основаніи теоремъ:

1. Около всякаго треугольника можно описать окружность; центръ этой окружности лежитъ на пересѣченіи перпендикуляровъ, возставленныхъ къ сторонамъ треугольника изъ ихъ средины.
2. Во всякій треугольникъ можно вписать окружность; центръ ея лежитъ въ точкѣ пересѣченія биссектриссъ угловъ треугольника.
3. Касательныя, проведенныя къ окружности изъ внѣшней точки, равны между собой.
4. Радіусъ окружности, описанной около треугольника, равенъ произведенію двухъ сторонъ этого треугольника, дѣленному на удвоенную высоту его, соотвѣтствующую третьей сторонѣ.

Обозначая радіусъ описанной окружности буквой R, а стороны и высоту треугольника соотвѣтственно буквами a, b, c и h_b, получимъ

$$R=\frac{ac}{2h_b}.$$

Кромѣ того, для рѣшенія задачъ №№ 607—610, примѣняется теорема: Квадратъ разстоянія центровъ окружностей описанной и вписанной въ треугольникъ равенъ квадрату радіуса окружности описанной, безъ удвоеннаго произведенія радіусовъ той и другой окружностей.

Обозначивъ разстояніе центровъ окружностей буквой d, а радіусы описанной и вписанной окружностей соотвѣтственно буквами R и r, можемъ представить это соотношеніе слѣдующей формулой:

$$d^2=R^2-2Rr.$$

598. Опредѣлить радіусъ окружности, описанной около равнобедреннаго треугольника, основаніе котораго $b=6$ метр., а боковая сторона $a=5$ метр.

599. Опредѣлить радіусъ окружности, описанной около треугольника, если стороны треугольника $a=30$ см. и $c=42$ см., а высота h_b, опущенная на третью сторону, равна 21 см.

600. Въ окружность радіуса $r=8\frac{1}{8}$ дюйм. вписанъ треугольникъ ABC, въ которомъ сторона $AC=b=15$ дюйм., а высота, опущенная на сторону AB, равна $h_c=12$ дюйм. Опредѣлить стороны AB и BC.

601. Опредѣлить радіусъ окружности, вписанной въ прямоугольный треугольникъ, гипотенуза котораго равна 37 дцм., а одинъ изъ катетовъ 12 дцм.

602. Изъ вершины прямого угла треугольника опущенъ перпендикуляръ на гипотенузу. Опредѣлить радіусъ окружности, вписанной въ этотъ треугольникъ, если радіусы r_1 и r_2 окружностей, вписанныхъ въ треугольники, на которые данный раздѣляется перпендикуляромъ, равны соотвѣтственно 5 см. и 12 см.

603. Опредѣлить стороны прямоугольнаго треугольника, если радіусъ вписанной въ него окружности $r=2$ см., а его катетъ $a=5$ см.

604. Опредѣлить разстояніе центровъ окружностей вписанной и описанной около прямоугольнаго треугольника, катеты котораго равны $a=5$ см. и $b=12$ см.

605. Въ равнобедренный прямоугольный треугольникъ, гипотенуза котораго равна $c=10\sqrt{2}$ см., вписана окружность. Опредѣлить периметръ треугольника, который получится, если соединить между

собой послѣдовательно точки касанія вписанной въ треугольникъ окружности.

606. Опредѣлить стороны равнобедреннаго треугольника, высота котораго равна основанію, а радіусъ окружности, описанной около этого треугольника, равенъ $R=50$ см.

607. Основаніе b равнобедреннаго треугольника равно 3 дцм., боковая сторона $a=3{,}9$ дцм. Опредѣлить разстояніе центра описанной окружности отъ боковой стороны этого треугольника.

608. Основаніе равнобедреннаго треугольника равно 15 фут., а боковая сторона 12,5 фут. Опредѣлить разстояніе центра окружности вписанной въ данный треугольникъ отъ точки пересѣченія медіанъ сторонъ.

609. Боковая сторона равнобедреннаго треугольника $a=50$ см., а основаніе его $b=80$ см. Опредѣлить разстояніе центра окружности вписанной въ этотъ треугольникъ отъ центра окружности, описанной около него.

610. Три окружности касаются другъ друга внѣшне. Опредѣлить радіусъ окружности, описанной около треугольника, вершины котораго лежатъ въ центрахъ данныхъ окружностей, если радіусы ихъ равны послѣдовательно $R=4$ см., $R_1=3\frac{1}{3}$ см. и $R_2=2$ см.

Вычисленіе биссектриссъ угловъ треугольника.

Если обозначить биссектриссы угловъ A, B и C треугольника соотвѣтственно β_A, β_B и β_C, а отрѣзки, на которые биссектриссы угловъ дѣлятъ противолежащія стороны — соотвѣтственно p_a и q_a, p_b и q_b, p_c и q_c, то $\beta_A{}^2=bc-p_aq_a$; $\beta_B{}^2=ac-p_bq_b$; $\beta_C{}^2=ab-p_cq_c$, то-есть *квадратъ биссектриссы угла треугольника равенъ произведенію сторонъ этого угла безъ произведенія отрѣзковъ третьей стороны (отрѣзковъ, на которые биссектрисса дѣлитъ третью сторону треугольника).*

611. Опредѣлить биссектриссы угловъ треугольника, если его стороны соотвѣтственно равны $a=7{,}8$ дюйм., $b=4$ дюйм. и $c=9$ дюйм.

612. Въ треугольникѣ ABC сторона $AC=b=12$ см., $AB=c=27$ см. и биссектрисса угла между ними $\beta_A=14{,}4$ см. Опредѣлить третью сторону.

613. Въ треугольникѣ ABC сторона $BC=a=9$ дюйм., $AC=b=16$ дюйм. и уголъ B вдвое больше угла A. Опредѣлить сторону AB.

614. Опредѣлить катеты прямоугольнаго треугольника, если его гипотенуза $c=5$ дцм., а $\beta_C=1{,}5\sqrt{5}$ дцм.

615. Опредѣлить радіусъ окружности, описанной около треугольника, если $h_a=12$ см., $m_a=15$ см. и $\beta_A=13$ см.

Вписанные четыреугольники.

Какъ извѣстно, *во всякомъ вписанномъ четыреугольникѣ сумма его противоположныхъ угловъ равна* $2d$, и обратно, *если въ четыреугольникѣ сумма противоположныхъ угловъ равна* $2d$, *то около него можно описать окружность.*

На этой зависимости между противоположными углами вписаннаго четыреугольника основывается рѣшеніе нижепомѣщенныхъ задачъ.

616. Можно ли описать окружность около четыреугольника, если углы его послѣдовательно равны: a) $76°\,18'\,24''$; $102°\,29'\,38''$; $103°\,41'\,36''$ и $77°\,30'\,22''$; b) $114°\,12'$; $29°\,38'\,42''$; $69°\,22'\,13''$ и $146°\,47'\,5''$?

617. Можно ли описать окружность около четыреугольника, если углы его относятся между собой послѣдовательно, какъ a) 5 : 2 : 4 : 7; b) 3 : 4 : 5 : 6?

618. Въ окружность вписанъ четыреугольникъ. Углы его, прилежащіе къ одной изъ сторонъ, равны $38°\,12'$ и $113°\,37'$. Опредѣлить два другіе угла.

619. Въ окружность вписанъ четыреугольникъ $ABCD$. Уголъ A на $52°\,14'$ меньше угла B и въ 5 разъ меньше угла C. Опредѣлить углы четыреугольника.

620. Опредѣлить углы четыреугольника $ABCD$, вписаннаго въ окружность, если діагонали его взаимно перпендикулярны, точка ихъ пересѣченія лежитъ на срединѣ діагонали AC, а уголъ ABC равенъ $63°\,20'$.

621. Опредѣлить углы между діагоналями четыреугольника $ABCD$, вписаннаго въ окружность, если уголъ BAD равенъ $96°$, уголъ ABC равенъ $123°$, а діагональ BD дѣлитъ уголъ ADC на части въ отношеніи 7 : 12.

Примѣненіе теоремы Птоломея.

Во всякомъ вписанномъ четыреугольникѣ произведеніе діагоналей равно суммѣ произведеній противоположныхъ сторонъ.

Обозначая стороны четыреугольника, вписаннаго въ окружность, послѣдовательно черезъ a, b, c и d, а діагонали его черезъ d_1 и d_2, получимъ:

$$d_1d_2=ac+bd.$$

622. Основанія равнобедренной трапеціи $a=9$ дюйм. и $c=4$ дюйм., а боковая сторона $b=8$ дюйм. Опредѣлить діагонали трапеціи.

623. Четыреугольникъ $ABCD$ вписанъ въ окружность. Дано: $AB=$ $=39$ см., $BC=52$ см. и $CD=25$ см. Опредѣлить діагональ BD четыреугольника, если діагональ AC проходитъ черезъ центръ окружности.

624. На окружности радіуса $r=6,5$ дцм. по одну сторону діаметра AB взяты точки C и D такъ, что онѣ отстоятъ отъ конца A діаметра соотвѣтственно на разстояніи $AC=a=7,8$ дцм. и $AD=b=12$ дцм. Опредѣлить разстояніе между точками C и D.

625. Въ треугольникѣ даны стороны a и b и радіусъ R окружности, описанной около этого треугольника. Опредѣлить третью сторону c, если a) $a=7$ см., $b=12$ см. и $R=15$ см.; b) $a=8$ см., $b=20$ см. и $R=16$ см.

626. Въ окружности, радіусъ которой $R=1$ метр., черезъ одну ея точку проведены хорды $a=1$ метр. и $b=0,5$ метр., стягивающія нѣкоторыя дуги. Опредѣлить длину хорды, стягивающей дугу, равную a) суммѣ и b) разности двухъ данныхъ дугъ.

627. Изъ точки, лежащей на разстояніи $a=6,5$ см. отъ центра двухъ концентрическихъ окружностей, проведены къ этимъ окружностямъ двѣ касательныя. Опредѣлить разстояніе между точками касанія, если радіусы окружностей $R=3,9$ см. и $r=2,5$ см.

628. Стороны четыреугольника, вписаннаго въ окружность, равны $a=3$ см., $b=4$ см., $c=6$ см. и $d=8$ см. Опредѣлить его діагонали.

Описанные четыреугольники.

Рѣшеніе задачъ на описанные четыреугольники основывается на теоремахъ:

1. Во всякомъ описанномъ четыреугольникѣ суммы противоположныхъ сторонъ равны.

2. Если въ четыреугольникѣ суммы противоположныхъ сторонъ равны, то въ него можно вписать окружность.

629. Можно ли вписать окружность въ 1) квадратъ, 2) параллелограммъ, 3) ромбъ, 4) трапецію?

630. Опредѣлить радіусъ окружности, вписанной въ ромбъ, діагонали котораго равны 6,6 см. и 13 см.

631. Периметръ описаннаго около окружности четыреугольника содержитъ 64 см. Разность двухъ противолежащихъ сторонъ равна 6 см., а разность двухъ другихъ сторонъ равна 8 см. Опредѣлить стороны этого четыреугольника.

632. Въ трапеціи, описанной около окружности, основаніе и боковыя стороны равны соотвѣтственно $a=4\frac{1}{3}$ фут., $b=5\frac{2}{3}$ фут. и $d=5\frac{1}{3}$ фут. Опредѣлить другое основаніе этой трапеціи.

633. Въ равнобедренномъ треугольникѣ ABC, основаніе котораго AC равно 3 дюйм., а высота $BF=2$ дюйм., вписана окружность и проведена прямая DE, параллельная основанію, касательно къ вписанной окружности. Опредѣлить периметръ четыреугольника $ADEC$.

634. Опредѣлить радіусъ окружности, вписанной въ трапецію, основанія которой 6,3 см. и 1,8 см., а одна изъ боковыхъ сторонъ 4,2 см.

635. Равнобедренная трапеція описана около окружности. Опредѣлить среднюю линію этой трапеціи, если извѣстно, что боковая сторона ея равна 15 см.

636. Въ равнобедренную трапецію, основанія которой $a=22,5$ см. и $c=10$ см., вписана окружность. Опредѣлить ея радіусъ.

637. Равнобедренная трапеція описана около окружности, радіусъ которой $r=5$ см. Опредѣлить отрѣзокъ прямой, соединяющей точки касанія боковыхъ сторонъ трапеціи, если меньшее основаніе трапеціи равно $a=8$ см.

Правильные многоугольники.

Зависимость между числомъ сторонъ и величинами угловъ правильныхъ многоугольниковъ.

Извѣстно, что сумма внутреннихъ угловъ всякаго многоугольника, имѣющаго n сторонъ, равна $180°(n-2)$, а сумма его внѣшнихъ угловъ равна 360°.

Если многоугольникъ правильный, то можно опредѣлить величину каждаго изъ его внутреннихъ или внѣшнихъ угловъ, которая, какъ извѣстно, зависитъ только отъ числа сторонъ многоугольника.

Обозначая градусную мѣру внутренняго угла n — угольника черезъ $a°$, а внѣшняго черезъ $b°$, получимъ:

$$a°=\frac{180°(n-2)}{n}\cdots (1) \quad \text{и} \quad b°=\frac{360°}{n}\cdots (2).$$

Формулы (1) и (2) даютъ возможность по величинѣ внутренняго или внѣшняго угла правильнаго многоугольника опредѣлить число сторонъ.

Кромѣ того зная число сторонъ правильнаго вписаннаго (или описаннаго) многоугольника, можно опредѣлить величину центральнаго угла, опирающагося на дугу, стягиваемую стороной этого многоугольника, по формулѣ $\frac{360^\circ}{n}$ и обратно.

Замѣчаніе. Нетрудно видѣть, что центральный уголъ, опирающійся на дугу, стягиваемую стороной правильнаго многоугольника, всегда равенъ внѣшнему углу этого многоугольника.

638. Опредѣлить центральный уголъ, опирающійся на дугу, хорда которой равна сторонѣ правильнаго вписаннаго въ окружность a) треугольника; b) пятиугольника; c) шестиугольника; d) восьмиугольника; e) десятиугольника; f) двѣнадцатиугольника и g) двадцатичетыреугольника.

639. Опредѣлить число сторонъ правильнаго многоугольника, вписаннаго въ окружность, если центральный уголъ, опирающійся на дугу, стягиваемую стороной правильнаго многоугольника, равенъ a) 72°; b) 36°; c) 30°; d) 24°; e) 11° 15′.

640. Опредѣлить внутренній уголъ правильнаго a) треугольника; b) пятиугольника; c) шестиугольника; d) восьмиугольника; e) десятиугольника; f) двѣнадцатиугольника; g) двадцатичетыреугольника.

641. Сколько сторонъ въ правильномъ многоугольникѣ, если его внутренній уголъ равенъ a) 150°; b) 156°; c) 157° 30′; d) 162°; e) 172° 30′; f) 176° 15′.

642. Опредѣлить внѣшній уголъ правильнаго a) треугольника, b) пятиугольника, c) шестиугольника, d) восьмиугольника, e) двѣнадцатиугольника, f) двадцатичетыреугольника, g) десятиугольника.

643. Опредѣлить число сторонъ правильнаго многоугольника, внѣшній уголъ котораго равенъ: a) 3°; b) 5°; c) 12°; d) 15°; e) 36°; f) 45°; g) 72° и h) 22° 30′.

644. Сколько сторонъ имѣетъ правильный многоугольникъ, внутренній уголъ котораго на 140° больше центральнаго угла, опирающагося на дугу, стягиваемую стороной многоугольника.

645. Сумма внѣшнихъ угловъ многоугольника въ m разъ меньше суммы его внутреннихъ угловъ. Опредѣлить число сторонъ этого многоугольника.

646. Опредѣлить видъ правильныхъ многоугольниковъ, у которыхъ отношеніе числа сторонъ равно 3 : 4, а отношеніе внутреннихъ угловъ равно 14 : 15.

647. Паркетный полъ желаютъ выложить равными деревянными плитами, имѣющими форму правильныхъ a) треугольниковъ; b) квадратовъ; c) пятиугольниковъ; d) шестиугольниковъ; e) восьмиугольниковъ и f) десятиугольниковъ. Какимъ видомъ этихъ правильныхъ многоугольниковъ можно воспользоваться для этой цѣли?

Вычисленіе сторонъ правильныхъ вписанныхъ и описанныхъ многоугольниковъ.

Изъ опредѣленія и разсмотрѣнія правильныхъ многоугольниковъ слѣдуетъ, что:

1. Правильные многоугольники, имѣющіе равное число сторонъ, имѣютъ и равные углы.

2. Правильные многоугольники съ равнымъ числомъ сторонъ подобны между собой.

3. Периметры правильныхъ многоугольниковъ съ одинаковымъ числомъ сторонъ пропорціональны сторонамъ и радіусамъ вписанныхъ и описанныхъ окружностей.

Пользуясь приведенными выводами, можно установить зависимость между сторонами правильныхъ многоугольниковъ, вписанныхъ и описанныхъ около окружности и радіусомъ этой окружности.

Условимся въ слѣдующихъ обозначеніяхъ:

a_n — сторона правильнаго вписаннаго многоугольника; b_n — сторона правильнаго описаннаго многоугольника, n — число сторонъ многоугольника; r — радіусъ окружности, вписанной въ правильный многоугольникъ; R — радіусъ окружности, описанной около правильнаго многоугольника *).

Выражая стороны правильныхъ — треугольника, квадрата, шестиугольника и десятиугольника черезъ радіусъ описанной окружности, будемъ имѣть:

$$a_3=R\sqrt{3};\quad a_4=R\sqrt{2};\quad a_6=R;\quad a_{10}=R\frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Для опредѣленія b_n по a_n и R, служитъ формула:

$$b_n=\frac{a_nR}{\sqrt{R^2-\frac{a_n^2}{4}}}=\frac{2a_nR}{\sqrt{4R^2-a_n^2}},$$

*) Апоѳема правильнаго многоугольника обозначена черезъ r, такъ какъ она служитъ радіусомъ окружности, вписанной въ многоугольникъ.

а для опредѣленія a_n по b_n и r служитъ формула:

$$a_n=\frac{2b_nr}{\sqrt{4r^2+b_n^2}}.$$

Кромѣ того, для опредѣленія радіусовъ вписанныхъ и описанныхъ около правильнаго многоугольника окружностей будемъ имѣть формулы:

$$r=\frac{\sqrt{4R^2-a_n^2}}{2} \text{ и } R=\frac{\sqrt{4r^2+a_n^2}}{2}.$$

648. Опредѣлить периметръ правильнаго n-угольника, если сторона его a_n=50 см., а n=3, 4, 5, 6, 8, 10, 12.

649. Радіусъ R окружности равенъ 5 дюйм. Опредѣлить сторону квадрата, вписаннаго въ эту окружность.

650. Радіусъ r окружности равенъ 4 см. Опредѣлить сторону квадрата, описаннаго около этой окружности.

651. Опредѣлить a) радіусъ окружности, вписанной въ квадратъ и b) радіусъ окружности, описанной около квадрата, если сторона этого квадрата равна a_4=10 см.

652. Опредѣлить радіусъ окружности, описанной около квадрата, если радіусъ вписанной въ него окружности r=5 см.

653. Опредѣлить апоѳему квадрата, вписаннаго въ окружность, радіусъ которой R=8 см.

654. Радіусъ R окружности равенъ 6 фут. Опредѣлить сторону правильнаго шестиугольника, вписаннаго въ эту окружность.

655. Радіусъ r окружности равенъ 12 верш. Опредѣлить сторону правильнаго шестиугольника, описаннаго около этой окружности.

656. Опредѣлить a) радіусъ окружности, вписанной въ правильный шестиугольникъ и b) радіусъ окружности, описанной около правильнаго шестиугольника, если сторона этого шестиугольника равна a_6=8 см.

657. Опредѣлить радіусъ окружности, вписанной въ правильный шестиугольникъ, если радіусъ окружности, описанной около этого шестиугольника, равенъ R=14 см.

658. Опредѣлить діагонали, проведенныя изъ одной вершины правильнаго шестиугольника a) вписаннаго въ окружность и b) описаннаго около окружности, радіусъ которой равенъ R=15 см.

659. Сумма большей и меньшей діагоналей правильнаго шестиугольника равна m=7,46 см. Опредѣлить сторону этого шестиугольника.

660. Разность между большей и меньшей діагоналями, проведенными въ правильномъ шестиугольникѣ, равна m=2,7 см. Опредѣлить радіусъ окружности, описанной около этого шестиугольника.

661. Въ окружность, радіусъ которой равенъ R=26 см., вписанъ правильный шестиугольникъ. Средины сторонъ этого шестиугольника соединены послѣдовательно между собой. Опредѣлить периметръ образовавшагося многоугольника.

662. Радіусъ окружности R равенъ 10 см. Опредѣлить сторону правильнаго треугольника, вписаннаго въ эту окружность.

663. Радіусъ окружности r равенъ 20 см. Опредѣлить сторону правильнаго треугольника, описаннаго около этой окружности.

664. Опредѣлить a) радіусъ окружности, вписанной въ правильный треугольникъ и b) радіусъ окружности, описанной около этого треугольника, если сторона его равна a_3=18 см.

665. Опредѣлить радіусъ окружности, вписанной въ правильный треугольникъ, если радіусъ окружности, описанной около этого треугольника, равенъ R=15 см.

666. Въ окружность, радіусъ которой равенъ 6 см., вписанъ правильный треугольникъ. Опредѣлить разстояніе его стороны отъ центра этой окружности.

667. Опредѣлить радіусъ окружности, описанной около правильнаго треугольника, если извѣстно, что разстояніе стороны этого треугольника отъ центра окружности равно 7,4 см.

668. Около окружности описанъ равносторонній треугольникъ и въ эту же окружность вписанъ квадратъ. Опредѣлить радіусъ окружности, если разность сторонъ данныхъ многоугольниковъ равна n=20,5 см.

669. Въ окружность вписанъ равносторонній треугольникъ. На серединѣ дуги, стягиваемой одной изъ его сторонъ, взята точка, которая соединена съ двумя ближайшими вершинами треугольника. Опредѣлить периметръ образовавшагося четыреугольника, если разстояніе отъ точки до ближайшей къ ней вершины треугольника равно a=6 см.

670. Какого вида будетъ треугольникъ (т.-е. прямоугольный, остроугольный или тупоугольный), если стороны его соотвѣтственно равны сторонамъ правильныхъ треугольника, квадрата и шестиугольника, вписанныхъ въ окружность одного и того же радіуса.

671. Радіусъ R окружности равенъ 35 см. Опредѣлить сторону правильнаго десятиугольника, вписаннаго въ эту окружность.

672. Радіусъ r окружности равенъ 7 дцм. Опредѣлить сторону правильнаго десятиугольника, описаннаго около этой окружности.

673. Опредѣлить a) радіусъ окружности, вписанной въ правильный десятиугольникъ и b) радіусъ окружности, описанной около правильнаго десятиугольника, если сторона этого десятиугольника равна $a_{10}=40$ см.

674. Опредѣлить радіусъ окружности, описанной около правильнаго десятиугольника, если радіусъ r окружности, вписанной въ него, равенъ 40 см.

675. Опредѣлить апоѳему правильнаго десятиугольника, вписаннаго въ окружность радіуса $R=28$ см.

676. Разстояніе отъ центра окружности до стороны вписаннаго въ нее правильнаго десятиугольника равно $m=2{,}3$ см. Опредѣлить сторону этого десятиугольника.

677. Опредѣлить радіусъ окружности, вписанной въ правильный десятиугольникъ, если радіусъ окружности, описанной около этого десятиугольника, равенъ $R=12$ см.

678. Опредѣлить сторону правильнаго многоугольника, если извѣстно, что радіусъ окружности, вписанной въ этотъ многоугольникъ, равенъ $r=12$ см., а радіусъ окружности, описанной около нея, равенъ $R=13$ см.

679. Радіусъ окружности, описанной около правильнаго многоугольника, равенъ R; опредѣлить радіусъ окружности, вписанной въ этотъ многоугольникъ, если сторона его равна a_n.

680. Радіусъ окружности, вписанной въ правильный многоугольникъ, равенъ r; опредѣлить радіусъ окружности, описанной около этого многоугольника, если сторона его b_n.

681. Опредѣлить радіусъ окружности, если извѣстно, что сторона правильнаго вписаннаго въ эту окружность n-угольника равна $a_n=17{,}3$ см., а сторона правильнаго описаннаго около той же окружности n-угольника равна $b_n=34{,}6$ см.

Примѣненіе формулы удвоенія числа сторонъ правильныхъ многоугольниковъ.

Если a_n — сторона правильнаго вписаннаго въ окружность n-угольника, а a_{2n} — сторона правильнаго вписаннаго въ ту же окружность $2n$—угольника, то

$$a_{2n}=\sqrt{2R^2-2R\sqrt{R^2-\frac{a_n^2}{4}}}=\sqrt{2R^2-R\sqrt{4R^2-a_n^2}}.$$

Пользуясь этой формулой, можно вычислить сторону $2n$-угольника, зная сторону n-угольника и R; затѣмъ примѣняя эту формулу нѣсколько разъ подъ рядъ, возможно опредѣлить послѣдовательно сторону $4n$-угольника, $8n$-угольника и т. д.

Такъ, напримѣръ, по сторонѣ квадрата, вписаннаго въ окружность радіуса R можно опредѣлить стороны правильнаго восьмиугольника, шестнадцатиугольника и т. д., вписанныхъ въ ту же окружность; по сторонѣ правильнаго шестиугольника, вписаннаго въ окружность радіуса R, можно опредѣлить стороны правильныхъ двѣнадцатиугольника, 24-угольника и т. д.

Пользуясь приведенной выше формулой и зная a_{2n} и R, нетрудно опредѣлить a_n изъ слѣдующаго соотношенія:

$$a_n=\frac{a_{2n}}{R}\sqrt{4R^2-a^2_{2n}}.$$

По этой формулѣ можно, напримѣръ, вычислить a_5, зная a_{10}, или a_6, зная a_{12} и т. п.

Если, зная a_{2n}, требуется опредѣлить b_{2n}, то примѣняютъ соотвѣтствующую формулу вычисленія стороны правильнаго описаннаго многоугольника по сторонѣ одноименнаго вписаннаго.

682. Радіусъ R окружности равенъ 2 дцм. Опредѣлить сторону правильнаго пятиугольника, вписаннаго въ эту окружность.

683. Радіусъ r окружности равенъ 5 метр. Опредѣлить сторону правильнаго пятиугольника, описаннаго около этой окружности.

684. Опредѣлить a) радіусъ окружности, вписанной въ правильный пятиугольникъ и b) радіусъ окружности, описанной около правильнаго пятиугольника, если сторона его равна $a_5=50$ см.

685. Опредѣлить радіусъ окружности, вписанной въ правильный пятиугольникъ, если радіусъ окружности, описанной около этого пятиугольника, равенъ $R=24$ см.

686. Опредѣлить діагональ правильнаго вписаннаго въ окружность пятиугольника, если радіусъ окружности равенъ $R=10$ см.

687. Опредѣлить длину стороны правильнаго пятиугольника, если его діагональ равна $d=30$ см.

688. Опредѣлить радіусъ окружности, вписанной въ правильный восьмиугольникъ, если сторона его $a_8=10$ см.

689. Опредѣлить сторону правильнаго восьмиугольника a) вписаннаго въ окружность и b) описаннаго около окружности, если радіусъ этой окружности равенъ $R=30$ см.

690. Опредѣлить радіусъ окружности, описанной около правильнаго восьмиугольника, если сторона этого многоугольника равна $a_8=20$ см.

691. Опредѣлить радіусъ окружности, описанной около правильнаго восьмиугольника, если радіусъ r окружности, вписанной въ него, равенъ 15 см.

692. Опредѣлить апоѳему правильнаго восьмиугольника, вписаннаго въ окружность, радіусъ которой равенъ $R=20$ см.

693. Въ правильномъ восьмиугольникѣ проведены двѣ діагонали, раздѣляющія его на 3 четыреугольника. Опредѣлить длину этихъ діагоналей, если сторона восьмиугольника $a_8=10$ см.

694. Опредѣлить периметръ треугольника, составленнаго тремя различными діагоналями правильнаго восьмиугольника, вписаннаго въ окружность, радіусъ которой равенъ $R=10$ см.

695. Опредѣлить a) радіусъ окружности, вписанной въ правильный двѣнадцатиугольникъ и b) радіусъ окружности, описанной около правильнаго двѣнадцатиугольника, если сторона этого двѣнадцатиугольника $a_{12}=60$ см.

696. Опредѣлить сторону правильнаго двѣнадцатиугольника a) вписаннаго въ окружность и b) описаннаго около окружности, если радіусъ этой окружности равенъ $R=5$ дцм.

697. Опредѣлить радіусъ R окружности, описанной около правильнаго двѣнадцатиугольника, если радіусъ r окружности, вписанной въ него, равенъ 20 см.

698. Опредѣлить радіусъ r окружности, вписанной въ правильный двѣнадцатиугольникъ, если радіусъ R окружности, описанной около него, равенъ 11 см.

699. Опредѣлить сторону правильнаго пятнадцатиугольника, вписаннаго въ окружность, радіусъ которой равенъ $R=16$ см.

700. Опредѣлить сторону правильнаго вписаннаго шестнадцатиугольника, зная радіусъ описанной окружности $R=14$ см.

701. Опредѣлить сторону правильнаго вписаннаго въ окружность двадцатиугольника, если сторона правильнаго десятиугольника, вписаннаго въ ту же окружность, равна $a_{10}=8$ см.

702. Сторона правильнаго n—угольника, вписаннаго въ окружность равна $a_n=9{,}31$ см., а сторона правильнаго $2n$—угольника, вписаннаго въ ту же окружность, равна $a_{2n}=3{,}57$ см. Опредѣлить радіусъ окружности.

703. Сторона правильнаго вписаннаго въ окружность $2n$-угольника равна $a_{2n}=1{,}6$ см. Опредѣлить сторону правильнаго n-угольника, вписаннаго въ ту же окружность, если ея радіусъ равенъ $R=2{,}4$ см.

704. Даны радіусы R и r окружностей, описанной около правильнаго n-угольника и вписанной въ него; опредѣлить радіусъ окружности a) вписанной въ многоугольникъ и b) описанной около многоугольника, имѣющаго периметръ, равный периметру даннаго, но съ числомъ сторонъ вдвое большимъ даннаго.

Площади прямолинейныхъ фигуръ.

Измѣрить площадь какой-либо фигуры значитъ сравнить ее съ другою площадью, принятой за единицу мѣры.

Единицей мѣры площади считаютъ площадь квадрата, сторона котораго равна единицѣ длины и эта площадь называется квадратной единицей.

Фигуры, имѣющія равныя площади, называются равновеликими.

Замѣчаніе. Понятіе о *равновеликости* фигуръ не даетъ основанія заключать *о равенствѣ* самихъ фигуръ, хотя обратное заключеніе справедливо, т.-е. равныя фигуры всегда равновелики.

Площадь прямоугольника.

При рѣшеніи нижеприводимыхъ задачъ необходимо имѣть въ виду слѣдующее:

Площади прямоугольниковъ, имѣющихъ равныя основанія, относятся, какъ высоты.

Площади прямоугольниковъ, имѣющихъ равныя высоты, относятся, какъ основанія.

Площади прямоугольниковъ, имѣющихъ разныя основанія и разныя высоты, относятся какъ произведенія основаній на высоты.

Площадь прямоугольника равна произведенію его основанія на высоту. Обозначая основаніе и высоту прямоугольника соотвѣтственно буквами b и h, а площадь буквой S, получимъ: $S=bh$.

Замѣчаніе 1. Формулу $S=bh$ слѣдуетъ понимать такъ: произведеніе числа b, выражающаго (въ линейныхъ единицахъ) длину основанія прямоугольника; на число h, выражающее (въ линей-

ныхъ единицахъ) длину высоты прямоугольника, равно числу S, выражающему (въ квадратныхъ единицахъ) площадь прямоугольника.

Замѣчаніе 2. Слѣдуетъ помнить, что для опредѣленія площади прямоугольника, а также и всякой другой фигуры, необходимо выражать измѣренія этой фигуры, т.-е. основаніе и высоту, въ линейныхъ единицахъ одного и того же наименованія.

705. Опредѣлить отношеніе площадей двухъ прямоугольниковъ, если извѣстно, что основаніе перваго въ 2,5 раза болѣе основанія второго, а высота перваго въ 1,5 раза менѣе высоты второго.

706. Площади двухъ прямоугольниковъ равны между собой. Въ первомъ прямоугольникѣ высота вдвое болѣе основанія, а во второмъ основаніе втрое болѣе высоты. Въ какомъ отношеніи находятся основанія и высоты этихъ прямоугольниковъ?

707. Основаніе прямоугольника b, а высота h. Опредѣлить его площадь, если a) $b=12$ см.; $h=10$ см. b) $b=7{,}5$ дюйм.; $h=8{,}4$ дюйм. c) $b=15\frac{1}{3}$ фута; $h=16\frac{1}{2}$ фут. d) $b=6\frac{3}{7}$ вершк.; $h=11\frac{2}{3}$ вершк.

708. Діагональ прямоугольника $d=2{,}6$ см., а одна изъ сторонъ его $a=2{,}4$ см. Опредѣлить площадь.

709. Опредѣлить площадь прямоугольника, отношеніе сторонъ котораго равно $m:n=3:4$, при чемъ одна изъ нихъ на 4 дюйма болѣе другой.

710. Площадь прямоугольника равна $s=60$ кв. арш., а одна изъ его сторонъ $a=12$ арш. Опредѣлить діагональ d прямоугольника.

711. Периметръ прямоугольника равенъ 450,8 фута, при чемъ основаніе его вдвое больше высоты. Опредѣлить площадь прямоугольника.

712. Діагонали ромба равны 16 см. и 12 см. Средины его сторонъ служатъ вершинами нѣкотораго четыреугольника. Опредѣлить площадь послѣдняго.

713. Площадь прямоугольника равна $s=48$ кв. см., а одна изъ его діагоналей равна $d=10$ см. Опредѣлить стороны прямоугольника.

714. Площадь прямоугольника s равна 840 кв. дюйм., а отношеніе сторонъ его $m:n=12:35$. Опредѣлить діагональ прямоугольника.

715. Опредѣлить площадь прямоугольника, зная, что сумма двухъ его неравныхъ сторонъ равна 41 см., а діагональ прямоугольника равна 29 см.

716. Опредѣлить площадь прямоугольника, разность сторонъ котораго $d=5$ см., а периметръ $2p=22$ см.

717. Какъ измѣнится площадь прямоугольника, если a) основаніе его увеличить въ 2 раза, b) высоту его уменьшить въ 4 раза, c) основаніе увеличить въ 3 раза, а высоту — въ 5 разъ, d) основаніе увеличить въ 6 разъ, а высоту уменьшить въ 3 раза?

718. Площадь прямоугольника равна 60 кв. фут. Если одну изъ его сторонъ увеличить на 2 фут., а другую на 4 фут., то площадь увеличится вдвое. Опредѣлить стороны прямоугольника.

719. Къ двумъ сторонамъ прямоугольника, изъ которыхъ каждая равна 13 см., проведены параллели внѣ прямоугольника на нѣкоторомъ разстояніи, а къ двумъ другимъ сторонамъ, каждая изъ которыхъ равна 7 см., проведены параллели внутри его, на такомъ же разстояніи отъ сторонъ, что и въ первомъ случаѣ. Каково должно быть это разстояніе, чтобы полученный прямоугольникъ былъ равновеликъ данному?

720. Данъ прямоугольникъ со сторонами 9,6 см. и 6,4 см. Параллельно сторонамъ этого прямоугольника, внѣ его, проведены прямыя, одинаково отстоящія отъ соотвѣтствующихъ сторонъ. Опредѣлить разстояніе между этими параллелями, если извѣстно, что площадь фигуры, равной разности площадей образовавшагося прямоугольника и даннаго, въ 2,5 раза больше площади даннаго прямоугольника.

Площадь квадрата.

Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

721. Сторона квадрата равна $a=5$ см. Опредѣлить его площадь.

722. Діагональ квадрата равна $d=3$ дцм. Опредѣлить его площадь.

723. Периметръ квадрата равенъ 4 см. Опредѣлить его площадь.

724. Стороны двухъ квадратовъ относятся, какъ $5:3$, а площадь перваго на 256 кв. см. больше площади второго. Опредѣлить стороны квадратовъ.

725. Сумма площадей двухъ квадратовъ равна 13 кв. фут., а сумма периметровъ этихъ квадратовъ равна 20 фут. Опредѣлить ихъ стороны.

726. Опредѣлить отношеніе площадей двухъ квадратовъ, зная, что сторона одного служитъ діагональю другого.

727. Сумма стороны квадрата съ его діагональю равна 17,312 метр. Опредѣлить площадь квадрата.

728. Вычислить сторону квадрата, равновеликаго суммѣ площадей трехъ квадратовъ, имѣющихъ стороны $a_1=2{,}5$ см., $a_2=3{,}2$ см. и $a_3=5{,}3$ см.

729. Разность сторонъ двухъ квадратовъ = 6 см., а разность ихъ площадей = 60 кв. см. Опредѣлить стороны и площади этихъ квадратовъ.

730. Радіусъ окружности, вписанной въ квадратъ, равенъ 6 см. Опредѣлить площадь квадрата.

731a. Площадь квадрата равна s=16 кв. дюйм. Опредѣлить сторону квадрата.

731b. Площадь квадрата равна s=18 кв. вершк. Опредѣлить его діагональ.

732. На сколько увеличится площадь квадрата, если его сторону, равную 4 см., увеличить на 1 см.

733. Во сколько разъ увеличится площадь квадрата, если его сторону увеличить въ $1\frac{1}{2}$ раза?

734. Площадь квадрата s=169 кв. дюйм. Опредѣлить радіусъ a) вписанной въ квадратъ окружности, b) описанной около квадрата окружности.

735. Площадь квадрата, вписаннаго въ окружность, равна 16 кв. см. Опредѣлить площадь квадрата, описаннаго около этой окружности.

736. Опредѣлить площадь квадрата, a) вписаннаго въ окружность радіуса 7 см., b) описанного около окружности радіуса 5 дюйм.

737. Основаніе прямоугольника 16 дюйм., а высота 4 дюйм. На сколько дюймовъ надо уменьшить основаніе и увеличить высоту для того, чтобы обратить его въ равновеликій квадратъ?

738. Периметръ прямоугольника равенъ 46 см., а сумма діагонали съ одной изъ сторонъ 25 см. Опредѣлить сторону квадрата, площадь котораго на 1 кв. см. больше площади даннаго прямоугольника.

739. Прямоугольникъ раздѣленъ прямой на квадратъ, площадь котораго 100 кв. см., и прямоугольникъ, подобный данному. Опредѣлить периметръ отсѣченнаго прямоугольника.

Площадь параллелограмма.

Измѣреніе площади только въ рѣдкихъ случаяхъ можетъ быть выполнено непосредственнымъ наложеніемъ квадратной единицы.

Обыкновенно площади опредѣляются посредствомъ измѣренія основанія и высоты фигуры (что равносильно превращенію данной фигуры въ равновеликій прямоугольникъ).

Площадь параллелограмма, какъ и площадь прямоугольника, выражается произведеніемъ его основанія на высоту.

При рѣшеніи нѣкоторыхъ задачъ на опредѣленіе площади параллелограмма (напр. № 745), необходимо имѣть въ виду, что площади *треугольниковъ*, имѣющихъ равныя основанія и высоты, равновелики.

740. Основаніе параллелограмма a, а высота его h. Опредѣлить площадь параллелограмма, если 1) a=12 дюйм. и h=8 дюйм., 2) a=10,5 см. и h=15,6 см., 3) $a=7\frac{2}{3}$ арш. и $h=8\frac{1}{4}$ арш. 4) a=5,7 фут. и $h=6\frac{1}{3}$ фут.

741. Въ параллелограммѣ $ABCD$ вершина A соединена съ срединами сторонъ BC и CD прямыми AC и AF. Какъ относятся площади частей, на которыя раздѣлился параллелограммъ проведенными прямыми.

742. Стороны параллелограмма a=12,5 см. и b=7 см., а разстояніе между большими сторонами h=8,4 см. Опредѣлить разстояніе между меньшими сторонами.

743. Площадь параллелограмма со сторонами 24 см. и 20 см. равна площади прямоугольника, стороны котораго 30 см. и 12 см. Опредѣлить высоты параллелограмма.

744. Площади двухъ параллелограммовъ, имѣющихъ одну и ту же высоту h=10 см., относятся, какъ 7 : 4. Сумма основаній этихъ параллелограммовъ равна 33 см. Опредѣлить площади параллелограммовъ.

745. Опредѣлить площадь параллелограмма, если извѣстно, что площадь одного изъ четырехъ треугольниковъ, на которые дѣлится параллелограммъ діагоналями, равна 8 кв. арш.

746. Два параллелограмма равновелики; основанія ихъ относятся, какъ 5 : 8, а высота перваго равна 50,4 дцм. Опредѣлить высоту второго.

747. Отношеніе площадей двухъ параллелограммовъ съ одинаковыми основаніями равно 5 : 6, а разность высотъ этихъ параллелограммовъ равна 3 см. Опредѣлить высоты.

748. Площади прямоугольника и параллелограмма равны. Отношеніе основанія прямоугольника къ основанію параллелограмма равно 3 : 2, діагональ прямоугольника 15 см., а разность между высотами параллелограмма и прямоугольника равна 6 см. Опредѣлить площадь одной изъ этихъ фигуръ.

749. Площадь параллелограмма s=132,3 кв. арш., одна изъ его сторонъ a=9 арш., а одинъ изъ угловъ 60°. Опредѣлить другую сторону параллелограмма.

750. Стороны параллелограмма a=5 дюйм. и b=8,5 дюйм., а уголъ между ними 75°. Опредѣлить площадь параллелограмма.

751. Периметръ параллелограмма $2p$=40 дюйм., разстояніе между меньшими сторонами его h=10 дюйм. а отношеніе неравныхъ сторонъ $m:n$=3 : 2. Опредѣлить площадь параллелограмма.

752. Опредѣлить площадь параллелограмма по его периметру $2p$= =18 фут. и высотамъ h=4 фут. и h_1=6 фут.

753. Площадь параллелограмма=408 кв. см., периметръ его=86 см., а разстояніе между меньшими сторонами=24 см. Опредѣлить разстояніе между большими сторонами и меньшую діагональ.

754. Опредѣлить площадь параллелограмма, зная, что разстояніе между большими сторонами h=12 вершк., меньшая сторона b= =15 вершк., а меньшая діагональ d=13 вершк.

755. Стороны параллелограмма a=14 дцм. и b=13 дцм., а меньшая діагональ d=15 дцм. Опредѣлить площадь параллелограмма.

756. Стороны параллелограмма a=75 см. и b=20 см., а площадь его s=1200 кв. см. Опредѣлить діагонали.

757. Опредѣлить площадь параллелограмма, зная его сторону a=52 дцм. и діагонали d=15 дцм. и d_1=41 д.

758. Опредѣлить площадь параллелограмма по его діагоналямъ d=65 см. и d_1=20 см. и одной изъ высотъ h=16 см.

759. Діагонали параллелограмма d=13 дюйм. и d_1=4 дюйм., а точка ихъ пересѣченія отстоитъ отъ большей изъ сторонъ параллелограмма на m=1,6 дюйм. Опредѣлить разстояніе точки пересѣченія діагоналей отъ меньшей стороны параллелограмма.

760. Одна изъ сторонъ параллелограмма равна a=15 см., большая діагональ его d=28 см. и площадь s=672 кв. см. Опредѣлить другую сторону параллелограмма и меньшую діагональ.

761. Площадь параллелограмма s=168 кв. дюйм., а діагонали его d=6,5 дюйм. и d_1=7 дюйм. Опредѣлить стороны параллелограмма.

762. Площадь параллелограмма s=300 кв. дюйм., меньшая діагональ d=32,5 дюйм. и сторона параллелограмма a=10 дюйм. Опредѣлить другую сторону и большую діагональ.

763. Сумма двухъ неравныхъ сторонъ параллелограмма m=39 см., меньшая діагональ d=15 см., а площадь s=252 кв. см. Опредѣлить стороны и большую діагональ.

764. Одна изъ діагоналейпа раллелограмма перпендикулярна къ его сторонѣ. Опредѣлить площадь этого параллелограмма, если разстояніе между бóльшими сторонами равно 2,4 см., а меньшая сторона параллелограмма 3 см.

765. Одна изъ сторонъ параллелограмма равна 21 дюйм. Опредѣлить діагонали этого параллелограмма, если онѣ относятся между собой, какъ 13 : 20, и если площадь параллелограмма равна 252 кв. дюйм.

Площадь ромба*).

Такъ какъ ромбъ есть параллелограммъ, всѣ стороны котораго равны между собой, то площадь его выражается, какъ и площадь параллелограмма, произведеніемъ основанія ромба на высоту его.

Можно, однако, опредѣлить площадь ромба иначе, пользуясь свойствомъ его діагоналей и выраженіемъ площади треугольника. Обозначая діагонали ромба соотвѣтственно буквами d_1 и d_2 и замѣтивъ, что онѣ взаимно перпендикулярны, дѣлятся пополамъ и каждая изъ нихъ дѣлитъ ромбъ на два равныхъ треугольника, получимъ: **площадь ромба равна полупроизведенію его діагоналей**, т.-е.:

$$S=\frac{d_1 \cdot d_2}{2}.$$

766. Опредѣлить площадь ромба по діагоналямъ d_1=7,5 дюйм. и d_2=4,8 дюйма.

767. Сторона ромба, равная 8 дюйм., отстоитъ отъ точки пересѣченія діагоналей на 3 дюйма. Опредѣлить площадь ромба.

768. Сторона ромба a, а прилежащій къ ней уголъ 45°. Опредѣлить площадь ромба.

769. Сторона ромба a, а прилежащій къ ней уголъ 60°. Опредѣлить площадь ромба.

770. Опредѣлить площадь ромба, одинъ изъ угловъ котораго равенъ 144°, а сторона 3 см.

771. Опредѣлить сторону ромба, зная, что его площадь s=96 кв. дюйм., а отношеніе діагоналей $m:n$=3 : 4.

772. Сторона ромба a=5 см., а большая діагональ d=8 см. Опредѣлить площадь ромба.

*) Задачи этого отдѣла слѣдуетъ рѣшать послѣ ознакомленія учащихся съ вычисленіемъ площади треугольника.

773. Площадь ромба s=1016,4 кв. см., а сторона его a=40,7 см. Опредѣлить діагонали ромба.

774. Площадь ромба s=24 кв. дцм., а большая діагональ его d_1=8 дцм. Опредѣлить сторону ромба.

775. Площадь ромба s=63 кв. арш., а меньшая діагональ его d_1=7 арш. Опредѣлить большую діагональ ромба.

776. Діагональ ромба, равная 6 метр., образуетъ со сторонами ромба углы въ 30°. Опредѣлить площадь этого ромба.

777. Квадратъ и ромбъ имѣютъ одинаковые периметры. Основаніе ромба вдвое больше его высоты. Опредѣлить отношеніе площадей этихъ фигуръ.

778. Въ ромбъ, большая діагональ котораго d_1=10 дюйм., вписана окружность радіуса r=3 дюйм. Опредѣлить площадь ромба.

Площади треугольниковъ.

При вычисленіи площадей треугольниковъ встрѣчаются условныя обозначенія, которыя были введены въ томъ или иномъ изъ предшествовавшихъ отдѣловъ. Напомнимъ ихъ, такъ какъ ими придется пользоваться въ различныхъ мѣстахъ отдѣла объ опредѣленіи площадей треугольниковъ.

Условныя обозначенія: a, b и c — стороны треугольника, соотвѣтственно противолежащія угламъ A, B и C треугольника, при чемъ b — основаніе треугольника; (для случая прямоугольнаго треугольника: a и b — катеты, c — гипотенуза).

$2p$ — периметръ треугольника; h_a, h_b и h_c — высоты треугольника; m_a, m_b и m_c — медіаны сторонъ треугольника; β_A, β_B и β_C — биссектриссы угловъ треугольника; R — радіусъ окружности, описанной около треугольника; r — радіусъ окружности, вписанной въ треугольникъ, а r_a, r_b и r_c — радіусы внѣвписанныхъ окружностей, соотвѣтственно касающихся сторонъ a, b и c треугольника; $\triangle$ — площадь треугольника.

Для опредѣленія площади треугольника имѣемъ слѣдующія формулы:

$$\triangle=\frac{ah_a}{2}=\frac{bh_b}{2}=\frac{ch_c}{2};\quad \triangle=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)};\quad \triangle=pr;$$

$$\triangle=\frac{abc}{4R};\ \triangle=\sqrt{rr_ar_br_c};\quad \triangle=r_a(p-a)=r_b(p-b)=r_c(p-c).$$

Замѣчаніе. Слѣдуетъ помнить, что площадь треугольника — величина второго измѣренія и выражается въ квадратныхъ единицахъ

Равносторонній треугольникъ.

Въ случаѣ равносторонняго треугольника имѣемъ $a=b=c$; поэтому, формулы площади треугольника принимаютъ болѣе простой видъ.

При рѣшеніи задачъ на опредѣленіе площади равносторонняго треугольника, главнымъ образомъ примѣняется теорема о квадратѣ гипотенузы и формулы, выражающія a_3 и b_3 въ зависимости отъ радіусовъ вписанной или описанной около треугольника окружности.

779. Сторона равносторонняго треугольника a=5 дюйм. Опредѣлить площадь треугольника.

780. Высота равносторонняго треугольника h=18 см. Опредѣлить площадь треугольника.

781. Въ равностороннемъ треугольникѣ разность между стороной и высотой равна m=4 см. Опредѣлить площадь треугольника.

782. Площадь равносторонняго треугольника $\triangle$=16 кв. фут. Опредѣлить сторону треугольника и высоту.

783. Радіусъ окружности, вписанной въ правильный треугольникъ, равенъ r. Опредѣлить площадь треугольника.

784. Опредѣлить площадь правильнаго треугольника, вписаннаго въ окружность радіуса R.

785. Разность между стороной правильнаго треугольника и стороной квадрата, вписанныхъ въ одну и ту же окружность, равна d. Опредѣлить ихъ площади.

786. Площадь равносторонняго треугольника $\triangle=81\sqrt{3}$ кв. фут. Опредѣлить радіусы окружностей описанной, вписанной и внѣвписанной.

787. Опредѣлить площадь правильнаго вписаннаго въ окружность треугольника, зная, что хорда длиною въ 9,6 дюйм., проведенная въ этой окружности, дѣлитъ перпендикулярный къ ней радіусъ на части въ отношеніи 7 : 18, считая отъ центра.

788. Около правильнаго треугольника описана окружность и въ этотъ же треугольникъ вписана окружность. Опредѣлить площадь правильнаго треугольника, описаннаго около большей окружности, если разность радіусовъ окружностей=m.

Прямоугольный треугольникъ.

Кромѣ приведенныхъ ранѣе формулъ для опредѣленія площади треугольника, къ прямоугольному треугольнику приложима формула

$\frac{ab}{2}$, которую легко получить, принимая одинъ изъ катетовъ за основаніе, а другой за высоту.

Изъ теоремъ, которыя главнымъ образомъ слѣдуетъ примѣнять при рѣшеніи задачъ, помѣщенныхъ ниже, укажемъ на теорему о квадратѣ гипотенузы и о перпендикулярѣ, опущенномъ изъ вершины прямого угла на гипотенузу.

789. Катеты прямоугольнаго треугольника $a=8$ дюйм. и $b=15$ дюйм. Опредѣлить площадь.

790. Площадь прямоугольнаго треугольника равна $\triangle=84$ кв. вершк., а одинъ изъ катетовъ равенъ $a=24$ вершк. Опредѣлить гипотенузу, другой катетъ и высоту h_c.

791. Въ прямоугольномъ треугольникѣ перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, равенъ $h_c=12$ см., а площадь треугольника $\triangle=150$ кв. см. Опредѣлить гипотенузу и катеты.

792. Площадь прямоугольнаго треугольника $\triangle=42$ кв. арш., а гипотенуза $c=35$ арш. Найти катеты.

793. Гипотенуза прямоугольнаго треугольника $c=26$ см., а одинъ изъ катетовъ $a=10$ см. Опредѣлить площадь.

794. Въ прямоугольномъ треугольникѣ проекціи катетовъ на гипотенузу равны $p=9$ см. и $q=16$ см. Опредѣлить площадь треугольника.

795. Высота прямоугольнаго равнобедреннаго треугольника $h_c=$ $=7$ дцм. Опредѣлить площадь треугольника.

796. Площадь равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника $\triangle=$ $=32$ кв. вершк. Опредѣлить стороны треугольника.

797. Площадь прямоугольнаго равнобедреннаго треугольника $\triangle=$ $=16$ кв. дюйм. Опредѣлить медіану катета.

798. Площадь квадрата равновелика площади равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника. Найти зависимость между стороной квадрата, катетомъ и гипотенузой.

799. Опредѣлить площадь прямоугольнаго треугольника, зная его гипотенузу $c=26$ дцм. и сумму катетовъ, равную $m=34$ дцм.

800. Катетъ прямоугольнаго треугольника равенъ $a=30$ см., а высота $h_c=24$ см. Опредѣлить площадь треугольника.

801. Опредѣлить площадь прямоугольнаго треугольника, зная, что высота $h_c=12$ см., а периметръ $2p=60$ см.

802. Опредѣлить площадь прямоугольнаго треугольника, стороны котораго выражаются тремя послѣдовательными четными числами.

803. Периметръ прямоугольнаго треугольника $=72$ см., а отношеніе катетовъ $3:4$. Опредѣлить площадь треугольника.

804. Опредѣлить гипотенузу и катеты прямоугольнаго треугольника, зная его периметръ $2p=30$ фут. и площадь $\triangle=30$ кв. фут.

805. Одинъ изъ катетовъ прямоугольнаго треугольника равенъ 2 дцм., а площадь этого треугольника равна площади квадрата со стороной, равной $\sqrt{3}$ дцм. Опредѣлить длину гипотенузы.

806. Въ прямоугольномъ треугольникѣ перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, дѣлитъ ее на части, соотвѣтственно равныя 9 фут. и 16 фут. Опредѣлить площадь этого треугольника.

807. Въ прямоугольномъ треугольникѣ изъ средины медіаны гипотенузы опущены на катеты перпендикуляры $p=3$ см. и $q=1{,}25$ см. Опредѣлить площадь прямоугольнаго треугольника.

Въ условіяхъ задачъ №№ 808—814 въ числѣ данныхъ имѣются биссектриссы, медіаны и радіусы вписанныхъ и описанныхъ окружностей. Задачи эти не представляютъ особенной трудности, такъ какъ рѣшаются главнымъ образомъ примѣненіемъ ранѣе указанныхъ теоремъ.

Къ задачамъ № 808 и 809 примѣняется теорема о биссектриссѣ угла треугольника.

808. Биссектрисса одного изъ острыхъ угловъ прямоугольнаго треугольника дѣлитъ противолежащій этому углу катетъ, равный $a=12$ см. въ отношеніи $m:n=13:5$. Опредѣлить площадь треугольника.

809. Катеты прямоугольнаго треугольника $a=2$ см. и $b=3$ см. Опредѣлить площади треугольниковъ, на которые разобьется данный биссектриссой прямого угла.

810. Опредѣлить площадь прямоугольнаго треугольника по гипотенузѣ $c=10$ см. и медіанѣ $m_a=6$ см. одного изъ катетовъ.

810a. Опредѣлить площадь прямоугольнаго треугольника по катету $a=4$ фут. и медіанѣ другого катета $m_b=5$ фут.

811. Опредѣлить площадь прямоугольнаго треугольника по медіанамъ $m_a=8$ метр. и $m_b=5$ метр. его катетовъ.

812. Окружность, вписанная въ прямоугольный треугольникъ, дѣлитъ одинъ изъ катетовъ въ точкѣ касанія на части $m=5$ дюйм. и $n=7$. дюйм Опредѣлить площадь треугольника.

813. Опредѣлить площадь прямоугольнаго треугольника, если извѣстно, что радіусъ вписанной въ него окружности равенъ $r=4$ см. и что гипотенуза въ точкѣ касанія дѣлится въ отношеніи $m:n=2:3$.

814. Въ прямоугольномъ треугольникѣ ABC перпендикуляръ $h_c=15$ вершк. пересѣкаетъ гипотенузу въ точкѣ D. Опредѣлить площадь треугольника ABC, если радіусы окружностей, вписанныхъ въ треугольники ACD и BCD, относятся между собой, какъ $m:n=5:3$.

Равнобедренный треугольникъ.

Задачи на опредѣленіе площадей равнобедренныхъ треугольниковъ рѣшаются на основаніи соображеній, приведенныхъ въ указаніяхъ къ отдѣламъ на вычисленіе площадей треугольниковъ равностороннихъ и прямоугольныхъ.

815. Основаніе равнобедреннаго треугольника $b=66$ см., а боковая сторона $a=65$ см. Опредѣлить площадь.

816. Высота равнобедреннаго треугольника $h_b=30$ см., а боковая сторона $a=34$ см. Опредѣлить площадь треугольника.

817. Площадь равнобедреннаго треугольника $\triangle=120$ кв. фут., а основаніе его $b=16$ фут. Опредѣлить боковую сторону.

818. Площадь равнобедреннаго треугольника $\triangle=420$ кв. см., а высота $h_b=21$ см. Опредѣлить боковую сторону.

819. Площадь равнобедреннаго треугольника $\triangle=420$ кв. вершк. а боковая сторона $a=37$ вершк. Опредѣлить основаніе треугольника и высоту.

820. Высота равнобедреннаго треугольника $h_b=8$ см., а основаніе относится къ боковой сторонѣ, какъ $m:n=6:5$. Опредѣлить площадь треугольника.

821. Периметръ равнобедреннаго треугольника $2p=48$ дюйм., а его боковая сторона $a=15$ дюйм. Опредѣлить площадь треугольника.

822. Опредѣлить периметръ равнобедреннаго треугольника, площадь котораго 12 кв. вершк., а боковая сторона 5 вершк.

823. Равнобедренный треугольникъ, периметръ котораго 36 см., а основаніе 10 см., превращенъ въ равновеликій ему равносторонній треугольникъ. Опредѣлить сторону послѣдняго.

824. Въ равнобедренномъ треугольникѣ боковая сторона $a=8$ дюйм. Изъ средины прямой, соединяющей вершину треугольника съ произвольной точкой основанія, опущены перпендикуляры на боковыя стороны; сумма этихъ перпендикуляровъ равна $m=3$ дюйм. Опредѣлить площадь равнобедреннаго треугольника.

825. Опредѣлить площадь равнобедреннаго треугольника, зная его боковую сторону $a=17$ см. и a) сумму основанія и высоты $m=31$ см., b) разность основанія и высоты $n=1$ см.

826. Площадь равнобедреннаго треугольника $\triangle=12$ кв. дюйм. Опредѣлить его стороны, если извѣстно, что $h_a=4{,}8$ дюйм.

827. Опредѣлить площадь равнобедреннаго треугольника, въ которомъ сумма боковой стороны съ высотой такъ же, какъ и основаніе треугольника, равны $m=8$ см.

828. Площадь равнобедреннаго треугольника $\triangle=432$ кв. дцм., а сумма основанія и высоты $s=60$ дцм. Опредѣлить стороны и высоту треугольника.

829. Площадь равнобедреннаго треугольника $\triangle=27$ кв. саж. Опредѣлить его стороны, если извѣстно, что сумма основанія треугольника съ соотвѣтствующей высотой (т.-е. $b+h_b$) равна удвоенной боковой сторонѣ (т.-е. $2a$).

830. Основаніе равнобедреннаго треугольника $b=5$ дюйм., а перпендикуляръ, опущенный изъ конца основанія на боковую сторону равенъ $h_a=4$ дюйм. Опредѣлить площадь треугольника.

831. Опредѣлить стороны равнобедреннаго треугольника, зная, что $h_b=9$ дюйм., а $h_a=10{,}8$ дюйм.

832. Въ правильномъ шестиугольникѣ $ABCDEF$ со стороной $a=3$ см. проведены діагонали AC и BD, пересѣкающіяся въ точкѣ M и діагонали AE и DF, пересѣкающіяся въ точкѣ N. Опредѣлить площадь четыреугольника $AMDN$.

833. Въ равнобедренномъ треугольникѣ уголъ B при вершинѣ равенъ 144°, а боковая сторона $a=4$ дюйм. Опредѣлить площадь треугольника.

834. Опредѣлить площадь равнобедреннаго треугольника, если его высота $h_b=5$ см. равна радіусу описанной около этого треугольника окружности.

835. Опредѣлить площадь равнобедреннаго треугольника, зная, что центръ вписанной въ этотъ треугольникъ окружности радіуса $r=15$ см., дѣлитъ медіану основанія треугольника въ отношеніи $m:n=13:5$, считая отъ вершины.

Косоугольный треугольникъ.

Къ нижеприводимымъ задачамъ примѣнимы тѣ или другія изъ формулъ, указанныхъ въ началѣ отдѣла о вычисленіи площадей треугольниковъ, въ связи съ различными теоремами предшествовавшаго курса.

Кромѣ того, полезно имѣть въ виду слѣдующее:

Треугольники съ равными основаніями и равными высотами равновелики.

Площади треугольниковъ, имѣющихъ равныя основанія, относятся какъ высоты.

Площади треугольниковъ, имѣющихъ равныя высоты, относятся какъ основанія.

Площади треугольниковъ, имѣющихъ разныя основанія и разныя высоты относятся, какъ произведенія основаній на высоты.

836. Основаніе нѣкотораго треугольника равно b=36,6 см.; высота его h_b=23 см. уменьшена на m=9 см. На сколько надо увеличить основаніе треугольника, чтобы площадь осталась прежней.

837. Основаніе нѣкотораго треугольника на m=2 дюйм. меньше его высоты. Если основаніе, такъ же, какъ и высоту, увеличить на n=5 дюйм., то площадь треугольника увеличится на k^2=64 кв. дюйма. Опредѣлить основаніе треугольника.

838. Какъ измѣнится площадь треугольника, основаніе котораго b, а высота, соотвѣтствующая основанію, h_b, если основаніе увеличить на m, а высоту на n?

839. Два треугольника имѣютъ одинаковыя высоты; площадь перваго 40 кв. фут., а площадь второго 65 кв. фут. Опредѣлить основаніе перваго, если основаніе второго равно 13 фут.

840. Два треугольника имѣютъ одинаковыя основанія; площадь перваго 165 кв. дюйм., а площадь второго 275 кв. дюйм. Опредѣлить высоты треугольниковъ (соотвѣтствующія основаніямъ), зная, что ихъ сумма равна 40 дюйм.

841a. Основаніе треугольника раздѣлено на три равныя части и точки дѣленія соединены съ вершиной противолежащаго угла. Опредѣлить отношеніе площадей треугольниковъ, на которые разбился данный.

841b. На основаніи нѣкотораго треугольника взята точка, дѣлящая основаніе въ отношеніи $m:n=2:3$ и соединена съ вершиной противолежащаго угла. Опредѣлить отношеніе площадей треугольниковъ, на которые разбился данный.

842. Въ треугольникѣ, основаніе котораго b=1 арш. 4 вершк. изъ вершины противоположнаго угла B проведены двѣ прямыя, дѣлящія треугольникъ на три части P, Q и R такъ, что $P:Q=5:6$ и $Q:R=2:3$. На какія части эти прямыя дѣлятъ основаніе треугольника?

843. Треугольникъ, основаніе котораго b=15 фут., а высота h_b==8 фут., требуется превратить въ равновеликій ему треугольникъ, въ которомъ основаніе равно b_1=20 фут. Какова должна быть высота второго треугольника.

844. Одна изъ сторонъ треугольника раздѣлена въ отношеніи $m:n=3:5$ и точка дѣленія соединена съ вершиной противолежащаго угла. Опредѣлить отношенія площади (всего) треугольника къ площади каждой изъ его частей.

845. Стороны треугольника равны a=13 см., b=14 см. и c=15 см. Опредѣлить его высоты.

846. Отношеніе сторонъ треугольника равно $m:n:p=17:25:26$, а большая изъ высотъ треугольника h=96 см. Опредѣлить площадь этого треугольника.

847. Даны двѣ высоты треугольника h_a=11,2 дюйм. и $h_b=12\frac{12}{13}$ дюйм. и сторона c=14 дюйм. Опредѣлить площадь треугольника.

848. Площадь треугольника равновелика площади ромба, діагонали котораго d_1=52 см. и d_2=45 см. Опредѣлить стороны треугольника, зная, что двѣ изъ его высотъ h_a=45 см. и $h_b=45\frac{15}{17}$ см.

849. Опредѣлить площадь треугольника по его периметру $2p$=68 см. основанію b=25 см. и высотѣ h_c=24 см., опущенной на меньшую изъ двухъ другихъ сторонъ.

850. Боковыя стороны треугольника a=82 дцм. и c=89 дцм., а высота, опущенная на основаніе треугольника, h_b=80 дцм. Опредѣлить основаніе и площадь треугольника.

851. Площадь треугольника равна $\triangle$=204 кв. фут., а боковыя стороны a=26 фут. и c=25 фут. Опредѣлить основаніе треугольника и высоту его.

852. Высота треугольника h_b=16 см., основаніе треугольника b=93 см., а одна изъ боковыхъ сторонъ a=34 см. Опредѣлить площадь треугольника и третью сторону.

853. Периметръ треугольника $2p$=228 саж., площадь $\triangle$=2280 кв. саж., а сторона a=82 саж. Опредѣлить двѣ другія стороны.

854. Въ треугольникѣ ABC проведена изъ вершины B прямая, пересѣкающая сторону AC въ точкѣ D такъ, что площадь треуголь-

ника BCD равна 284 кв. см. Опредѣлить длину отрѣзка CD, если $AB=72$ см., $BC=50$ см. и $AC=58$ см.

855. Опредѣлить площадь треугольника по тремъ его сторонамъ a, b и c, если

1) $a=26$ см., $b=17$ см. и $c=25$ см. 2) $a=8{,}2$ дюйм., $b=5{,}7$ дюйм. и $c=8{,}9$ дюйм. 3) $a=34$ вершк., $b=93$ вершк. и $c=65$ вершк. 4) $a=17$ фут., $b=32{,}5$ фут. и $c=41{,}5$ фут.

856. Три окружности, радiусы которыхъ $r=8$ дюйм., $r_1=9$ дюйм. и $r_2=17$ дюйм., попарно касаются другъ друга внѣшне. Опредѣлить площадь треугольника, образованнаго прямыми, соединяющими центры этихъ окружностей.

Въ нижеприводимыхъ задачахъ требуется опредѣлить площадь треугольника по двумъ сторонамъ и углу между ними.

Общiй прiемъ рѣшенiя этихъ задачъ состоитъ въ слѣдующемъ.

Пусть въ треугольникѣ ABC извѣстны стороны $BC=a$, $AC=b$ и уголъ C между ними. Опустивъ высоту $BD=h_b$ на сторону AC треугольника, или высоту $AD_1=h_a$ на сторону BC, разсматриваютъ одинъ изъ образовавшихся прямоугольныхъ треугольниковъ BDC или AD_1C; какой либо изъ острыхъ угловъ одного изъ этихъ треугольниковъ дастъ возможность опредѣлить противолежащiй катетъ, какъ половину стороны правильнаго многоугольника, вписаннаго въ окружность, радiусъ которой равенъ a въ случаѣ высоты h_b или равенъ b — въ случаѣ высоты h_a. Опредѣливъ такимъ образомъ одну изъ высотъ, легко вычислить площадь треугольника.

Приведемъ примѣры.

1. Опредѣлить площадь треугольника, зная, что сторона его $a=8$ см., $b=12$ см., а уголъ C между ними 18°.

Поступая согласно вышесказанному, описываемъ изъ вершины C радiусомъ, равнымъ a, дугу до пересѣченiя ея съ продолженiемъ высоты BD въ точкѣ E. Тогда уголъ BCE равенъ $2\,.\,18°=36°$, а потому BE будетъ стороной правильнаго десятиугольника, вписаннаго въ окружность радiуса a; слѣдовательно:

$$BD=\frac{1}{2}BE=a\,\frac{\sqrt{5}-1}{4}=2(\sqrt{5}-1)\text{ см.}$$

Зная высоту треугольника, опредѣляемъ его площадь по формулѣ:

$$\frac{bh_b}{2}=\frac{b}{2}\,.\,2(\sqrt{5}-1)=b(\sqrt{5}-1)=14{,}88\text{ кв. см.}$$

2. Опредѣлить площадь треугольника, зная, что $a=10$ дюйм., $b=14$ дюйм., а уголъ C между ними равенъ 75°.

Опустимъ высоту BD на сторону AC треугольника. Въ образовавшемся прямоугольномъ треугольникѣ BCD по условiю уголъ C равенъ 75°; если въ дальнѣйшемъ рѣшенiи поступать согласно прiему, указанному въ примѣрѣ первомъ, то мы не сможемъ опредѣлить высоту; но если опредѣлимъ уголъ CBD, равный $90°-75°=15°$, и изъ точки B радiусомъ a опишемъ дугу, пересѣкающую сторону AC, или продолженiе ея, въ точкѣ F, то уголъ CBF будетъ равенъ 30°, а отрѣзокъ CF представитъ собой сторону правильнаго двѣнадцатиугольника, вписаннаго въ окружность радiуса b; слѣдовательно:

$$CD=\frac{1}{2}CE=\frac{a}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}.$$

Послѣ этого высота BD опредѣлится изъ прямоугольнаго треугольника BCD по формулѣ:

$$BD=\sqrt{a^2-CD^2}=\frac{a}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}},$$

а потому искомая площадь выразится такъ:

$$\frac{b\,.\,BD}{2}=\frac{ab}{4}\sqrt{2+\sqrt{3}}=67{,}55\text{ кв. дюйм.}$$

Опредѣлить площадь треугольника, если дано:

857. $a=12{,}5$ см., $b=10{,}4$ см. и уголъ $C=30°$.

858. $a=5$ саж., $b=3{,}2$ саж. и уголъ $C=45°$.

859. $a=8$ д., $b=5$ д. и уголъ $C=120°$.

860. $a=4$ см., $b=6$ см. и уголъ $C=18°$.

861. $a=12$ фут., $b=10$ фут. и уголъ $C=75°$.

862. $a=8$ дцм., $b=12$ дцм. и уголъ $C=162°$.

863. $a=6$ д., $b=8$ д. и уголъ $C=150°$.

864. $a=15$ вершк., $b=12$ вершк. и уголъ $C=105°$.

865. $a=5$ см., $b=4$ см. и уголъ $C=135°$.

866. Въ треугольникѣ дана сторона $BC=a=10$ см., уголъ $B=30°$ и уголъ $C=45°$. Опредѣлить стороны треугольника и его площадь.

Въ задачахъ №№ 867—875 требуется опредѣлить площадь треугольника, если въ число данныхъ входятъ высоты, медiаны или биссектриссы треугольника. При рѣшенiи этихъ задачъ примѣняются соотвѣтствующiя соотношенiя.

867. a=60 см., b=11 см., m_c=30,5 см.
868. a=9 дюйм., m_a=8 дюйм., m_b=5 дюйм.
869. a=29,4 дцм., m_b=21 дцм.; m_c=35,7 дцм.
870. m_a=34 вершк., m_b=23 вершк.; m_c=43 вершк.
871. h_a=30 см., h_b=33,6 см.; $h_c=49\frac{7}{17}$ см.
872. a=14,5 д., h_a=10 д., m_b=12,5 д.
873. a=30 см., b=24 см., β_C=20 см.
874. a=13 д., b=14 д., β_A=12,98 д.
875. Опредѣлить площадь треугольника, если β_A=8,64 см., β_B= =12 см., а радіусъ окружности, вписанной въ треугольникъ, r=4 см.

Нижеслѣдующія задачи (№№ 876—878) рѣшаются на основаніи теоремъ о биссектриссѣ внутренняго или внѣшняго угловъ треугольника.

876. Площадь треугольника $\triangle$=84 кв. см., а биссектрисса одного изъ угловъ треугольника дѣлитъ противоположную сторону на части, соотвѣтственно равныя m=6,5 см. и n=7,5 см. Опредѣлить стороны треугольника.

877. Данъ треугольникъ со сторонами a=26 дюйм., b=17 дюйм. и c=25 дюйм. Опредѣлить площади частей, на которыя дѣлится треугольникъ биссектриссой угла, противолежащаго сторонѣ a.

878. Въ треугольникѣ, стороны котораго a=25 дцм., b=30 дцм. и c=22 дцм., проведены биссектриссы меньшаго изъ угловъ треугольника и смежнаго съ нимъ внѣшняго. Опредѣлить площадь треугольника, образованнаго этими биссектриссами и прямой, совпадающей съ меньшей стороной треугольника.

Въ нижеприводимыхъ задачахъ примѣняются формулы, указанныя въ началѣ отдѣла на опредѣленіе площадей треугольниковъ и выражающія зависимость между радіусами вписанныхъ и описанныхъ окружностей.

879. По тремъ сторонамъ a=14 см., b=15 см. и c=13 см. треугольника опредѣлить радіусъ описанной около него окружности.

880. По тремъ даннымъ сторонамъ a=15 дюйм., b=52 дюйм. и c=41 дюйм. треугольника опредѣлить радіусъ вписанной въ него окружности.

881. Опредѣлить площадь треугольника по его периметру $2p$=24 см. и радіусу r=3 см. вписанной въ треугольникъ окружности.

882. По сторонамъ a, b и c треугольника найти радіусы внѣвписанныхъ окружностей.

883. Опредѣлить высоту h_a треугольника по радіусу r вписанной въ треугольникъ окружности и радіусу r_a внѣвписанной окружности, прилежащей къ сторонѣ a.

884. Опредѣлить площадь треугольника по радіусу r вписанной окружности и радіусамъ r_a, r_b и r_c окружностей внѣвписанныхъ.

885. Стороны треугольника: a=11,7 см., b=12,6 см. и c=13,5 см. Первыя двѣ стороны касаются окружности, центръ которой лежитъ на третьей сторонѣ треугольника. Опредѣлить радіусъ этой окружности.

886. Въ треугольникъ вписаны три окружности, касающіяся другъ друга и сторонъ треугольника. Опредѣлить площадь этого треугольника, если извѣстно, что разстоянія между точками касанія каждой стороны треугольника равны соотвѣтственно m=3 см., n=4 см. и p=6 см.

887. Къ окружности радіуса r=6 см., изъ точки, отстоящей отъ центра на разстояніи a=10 см., проведены касательныя; далѣе, къ срединѣ дуги, заключенной между касательными, проведена третья касательная. Опредѣлить площадь треугольника, образованнаго касательными.

888. Точка касанія двухъ внѣшне-касающихся окружностей, радіусы которыхъ r=4 дцм. и r_1=1 дцм., соединена съ концами ихъ общей внѣшней касательной. Опредѣлить площадь полученнаго треугольника.

889. Три окружности, радіусы которыхъ соотвѣтственно равны 8,4 см., 3,2 см. и 3,2 см., касаются другъ друга внѣшне. Опредѣлить радіусъ окружности, проходящей черезъ центры данныхъ окружностей.

Площадь трапеціи.

Площадь трапеціи выражается произведеніемъ полусуммы ея основаній на высоту, или, иначе, площадь трапеціи выражается произведеніемъ средней линіи на высоту трапеціи.

Для рѣшенія задачъ на опредѣленіе площади трапеціи невозможно дать исчерпывающихъ указаній, въ виду разнообразія этихъ задачъ; кромѣ указаній, сдѣланныхъ къ нѣкоторымъ изъ этихъ задачъ, и соотношеній, опредѣляющихъ площадь трапеціи, слѣдуетъ придерживаться, въ большинствѣ случаевъ, пріема, состоящаго въ томъ, что

трапецію дѣлятъ діагоналями на треугольники и разсматриваютъ каждый изъ нихъ отдѣльно; затѣмъ, принявъ во вниманіе основныя свойства трапеціи и выяснивъ связь между данными задачи и искомыми, составляютъ уравненія, результаты рѣшенія которыхъ даютъ возможность отвѣтить на вопросы задачи.

Условимся въ слѣдующихъ обозначеніяхъ: основанія трапеціи a и c, боковыя стороны b и d, высота h, а діагонали d_1 и d_2.

890. Основанія трапеціи a и c, а высота ея h. Опредѣлить площадь трапеціи, если:

1) $a=7$ вершк., $c=5$ вершк. и $h=11$ вершк. 2) $a=12,5$ см., $c=10,5$ см. и $h=8$ см. 3) $a=8\frac{2}{3}$ дюйм., $c=7,4$ дюйм. и $h=4,5$ дюйм.

891. Отрѣзокъ прямой, соединяющей средины двухъ непараллельныхъ сторонъ трапеціи, равенъ 15 см., а высота трапеціи 8 см. Опредѣлить площадь трапеціи.

892. Высота трапеціи 8 фут., а ея площадь 48 кв. фут. Опредѣлить длину средней линіи трапеціи.

893. Основанія трапеціи $a=12$ см. и $c=13$ см., а высота $h=7$ см. Опредѣлить высоту другой трапеціи, равновеликой данной и имѣющей основаніями $a_1=19$ см. и $c_1=16$ см.

894. Діагонали трапеціи $d_1=12$ см. и $d_2=11$ см. взаимно перпендикулярны. Опредѣлить площадь трапеціи.

895. Высота равнобедренной трапеціи равна $h=8$ см., а ея діагонали взаимно перпендикулярны. Опредѣлить площадь трапеціи.

896. Площадь трапеціи $s=707,6$ кв. фут., большее основаніе $a=37,2$ фут., а высота трапеціи $h=24,8$ фута. Опредѣлить меньшее основаніе.

897. Большее основаніе трапеціи 73 дцм., высота 60 дцм., а боковыя стороны 61 дцм. и 68 дцм. Опредѣлить площадь трапеціи.

898. Периметръ трапеціи равенъ 61 см., боковыя стороны 18 см. и 16 см., а высота трапеціи 15,2 см. Опредѣлить площадь трапеціи.

899. Периметръ равнобедренной трапеціи 202 вершк., высота 45 вершк., а меньшее основаніе 20 вершк. Опредѣлить площадь трапеціи.

900. Діагонали трапеціи $d_1=10$ см. и $d_2=12$ см., а ея высота $h=8$ см. Опредѣлить площадь трапеціи.

901. Высота равнобедренной трапеціи 24 см., діагональ 26 см., а боковая сторона 25 см. Опредѣлить площадь трапеціи.

902. Вычислить площадь трапеціи въ которой a и c параллельныя стороны, при чемъ $a=6,48$ метр., $b=2,74$ метр., $c=8,62$ метр. и $d=2,44$ метр.

903. Вычислить площадь равнобедренной трапеціи, параллельныя стороны которой $a=104$ см. и $c=56$ см., а каждая изъ боковыхъ сторонъ равна $b=40$ см.

904. Перпендикуляръ, опущенный изъ средины непараллельной стороны равнобедренной трапеціи на другую непараллельную сторону, равенъ $m=12$ см. Опредѣлить площадь трапеціи, если сумма непараллельныхъ сторонъ $n=40$ см.

905. Большее основаніе прямоугольной трапеціи равно 22 дюйм., а боковыя стороны соотвѣтственно равны 15 дюйм. и 17 дюйм. Опредѣлить площадь трапеціи.

906. Большее основаніе трапеціи $ABCD$ равно $AD=a=20$ фут., боковая сторона $CD=b=12$ фут., діагональ AC перпендикулярна къ CD, а точка пересѣченія діагоналей отстоитъ отъ большаго основанія на $n=8$ фут. Опредѣлить площадь трапеціи.

907. Площадь равнобедренной трапеціи 270 кв. см., боковая сторона 17 см., а высота 15 см. Опредѣлить основанія трапеціи.

908. Въ трапеціи $ABCD$ боковая сторона AB, равная $a=10$ см., перпендикулярна къ основаніямъ, а средина другой непараллельной стороны CD находится отъ вершины A на разстояніи $m=18$ см. Опредѣлить площадь трапеціи.

909. Большее основаніе трапеціи $ABCD$ равно $AD=a=33,8$ см., боковая сторона $CD=b=13$ см., діагональ AC перпендикулярна къ сторонѣ CD, а діагональ BD дѣлитъ уголъ при вершинѣ D пополамъ. Опредѣлить площадь трапеціи.

910. Опредѣлить площадь трапеціи по основаніямъ $a=5$ см., $c=4$ см., боковой сторонѣ $b=3$ см., и углу въ 45°, образуемому этой боковой стороной съ большимъ основаніемъ.

911. Въ равнобедренной трапеціи $ABCD$ основаніе BC равно 18 фут., уголъ, прилежащій къ основанію, содержитъ 45°, а непараллельная сторона равна 7 фут. Опредѣлить площадь этой трапеціи и площадь треугольника, образуемаго основаніемъ BC съ продолженными сторонами BA и CD.

912. Большее основаніе трапеціи содержитъ 36 см. и образуетъ съ одной изъ непараллельныхъ сторонъ, равной 20 см., уголъ въ 45°, а съ другой — уголъ въ 60°. Опредѣлить площадь трапеціи.

913. Концы одной изъ непараллельныхъ сторонъ трапеціи находятся отъ другой непараллельной стороны b, равной 10 см., на разстояніяхъ m=16 см. и n=11 см. Опредѣлить среднюю линію этой трапеціи, если высота ея h=9 см.

914. Средняя линія трапеціи равна ея высотѣ, а разность основаній трапеціи m=2 см. Опредѣлить основанія этой трапеціи, если ея площадь s=36 кв. см.

915. Въ трапеціи $ABCD$ съ основаніемъ AD проведены діагонали AC и BD, пересѣкающіяся въ точкѣ O. Площадь треугольника ABO=5 кв. дюйм. Опредѣлить площадь треугольника COD.

916. Опредѣлить площадь равнобедренной трапеціи, зная, что большее ея основаніе равно a=12 см., углы при немъ равны каждый 60°, а боковая сторона равна меньшему основанію.

917. Боковая сторона равнобедренной трапеціи равна b; высота трапеціи h, а радіусъ окружности, описанной около нея, R. Опредѣлить площадь трапеціи.

918. Опредѣлить площадь трапеціи, описанной около окружности радіуса r=5 см., зная, что ея боковыя стороны b=13 см. и d=17 см.

919. Стороны треугольника 26 дюйм,, 28 дюйм. и 30 дюйм. Параллельно большей сторонѣ, внутри треугольника, проведена прямая такъ, что периметръ образовавшейся трапеціи равенъ 78 дюйм. Опредѣлить площадь этой трапеціи.

920. Въ равнобедренной трапеціи черезъ точку пересѣченія діагоналей проведена прямая, параллельно основаніямъ; отрѣзокъ этой прямой, заключенный между непараллельными сторонами трапеціи, равенъ m=8 арш. и дѣлитъ высоту на части p=5 арш. и q=10 арш. Опредѣлить площадь трапеціи.

921. Основанія трапеціи a=20 см., и c=14 см., а ея площадь s=136 кв. см. Опредѣлить площади частей, на которыя эта трапеція дѣлится средней линіей.

922. Въ трапеціи, основанія которой a=8 см. и c=6 см., проведена параллельно основаніямъ прямая MN, дѣлящая площадь трапеціи пополамъ. Опредѣлить длину MN.

923. Основанія трапеціи a и c ($a>c$). Прямая, параллельная основаніямъ трапеціи, дѣлитъ ее на двѣ равновеликія части. Въ какомъ отношеніи раздѣлитъ эта прямая высоту трапеціи?

924. Параллельныя стороны трапеціи $ABCD$ суть AD=24 см. и BC=18 см. На меньшемъ основаніи взята точка E такъ, что BE=5,2 см. На какія части раздѣлитъ большее основаніе прямая EF, дѣлящая трапецію на двѣ равновеликія части?

925. Отношеніе параллельныхъ сторонъ трапеціи равно $m:n$=4 : 11, а ея площадь s=45 кв. фут. Опредѣлить площади частей, на которыя трапеція дѣлится діагональю.

926. Діагональ равнобедренной трапеціи, равная d_1, дѣлитъ ее на части въ отношеніи $m:n$. Опредѣлить площадь трапеціи, если ея боковая сторона b.

927. Основанія трапеціи a и c. На одномъ изъ нихъ (на a) взята точка M и соединена съ концами A и B другого основанія. Опредѣлить площадь трапеціи, если площадь треугольника AMB равна $\triangle$.

928. Изъ вершины A параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересѣкающая сторону BC въ точкѣ E такъ, что параллелограммъ дѣлится въ отношеніи $m:n$=3 : 7. Опредѣлить отрѣзокъ BE, если $BC=b$=8 см.

929. Въ трапеціи, основанія которой a=15 см. и c=12 см., проведены двѣ прямыя параллельно основаніямъ такъ, что образовавшіяся части трапеціи относятся между собой, какъ $m:n:p$=2 : 3 : 5. Опредѣлить длину отрѣзковъ этихъ прямыхъ, заключенныхъ между непараллельными сторонами.

930. Параллельныя стороны трапеціи a=40 см. и c=30 см. Прямая, проведенная изъ конца меньшаго основанія параллельно боковой сторонѣ трапеціи, отсѣкаетъ отъ нея треугольникъ, площадь котораго $\triangle$=52 кв. см. Опредѣлить площадь трапеціи.

931. Высота нѣкоторой трапеціи h=15 см., параллельныя стороны a=50 см. и c=30 см., а одна изъ боковыхъ сторонъ b=17 см. Опредѣлить отрѣзки, на которые разсѣкается большее основаніе двумя прямыми, перпендикулярными къ основаніямъ и дѣлящими трапецію на 3 равновеликія части.

932. Въ прямоугольной трапеціи $ABCD$ параллельныя стороны $AD=a$=10 дцм. и $BC=c$=6 дцм. Средина діагонали AC находится отъ вершины прямого угла B на разстояніи m=5 дцм. Опредѣлить площадь трапеціи.

933. Квадратъ разсѣченъ прямой на двѣ прямоугольныя трапеціи такъ, что площади ихъ относятся между собой, какъ 4 : 7. Эта прямая дѣлитъ одну изъ сторонъ квадрата на два отрѣзка въ отношеніи 5 : 6. Опредѣлить отношеніе отрѣзковъ другой стороны, которую пересѣкаетъ эта прямая.

34. На сторонѣ BC прямоугольника $ABCD$ взята точка E такъ, что $BE:EC=3:4$, а на параллельной ей сторонѣ AD — точка F такъ, что $AF:FD=7:2$, и точки E и D соединены прямой. Опредѣлить отношеніе площадей образовавшихся прямоугольныхъ трапецій.

Площади четыреугольниковъ.

При опредѣленіи площадей четыреугольниковъ примѣняются слѣдующія соотношенія: свойство противоположныхъ сторонъ описаннаго четыреугольника, нѣкоторыя теоремы о подобіи треугольниковъ, формулы для опредѣленія площади треугольниковъ, на которые данный четыреугольникъ можетъ быть разбитъ діагоналями, и, наконецъ, формула площади описаннаго около окружности четыреугольника (и вообще многоугольника), которая можетъ быть выражена произведеніемъ периметра четыреугольника на половину радіуса вписанной въ него окружности.

935. Діагонали четыреугольника взаимно перпендикулярны и равны $d_1=7$ дюйм. и $d_2=10$ дюйм. Опредѣлить площадь четыреугольника.

936. Въ четыреугольникѣ $ABCD$ проведена діагональ $AC=29{,}8$ фута, отстоящая отъ вершинъ B и D соотвѣтственно на 13 фут. и на 8,6 фута. Опредѣлить площадь четыреугольника.

937. Сумма противоположныхъ сторонъ четыреугольника, описаннаго около окружности радіуса $r=4$ см., равна $m=19$ см. Опредѣлить площадь четыреугольника.

938. Площадь описаннаго около окружности четыреугольника $s=24$ кв. дюйм., а сумма двухъ противоположныхъ его сторонъ равна $m=8$ дюйм. Опредѣлить радіусъ вписанной окружности.

939. Въ окружности радіуса $r=5$ см. проведены два діаметра подъ угломъ въ 30° другъ къ другу. Опредѣлить площадь четыреугольника, стороны котораго касаются окружности въ концахъ этихъ діаметровъ.

940. Въ четыреугольникѣ діагонали $d_1=10$ см. и $d_2=12$ см. пересѣкаются подъ угломъ въ 120°. Опредѣлить площадь четыреугольника.

941. Опредѣлить площадь четыреугольника по діагоналямъ $d_1=10$ фут. и $d_2=8$ фут. и прямымъ $m=5{,}5$ фута и $n=6$ фут., соединяющимъ средины противоположныхъ сторонъ.

942. Опредѣлить площадь четыреугольника, зная, что его стороны равны соотвѣтственно 64 см., 69 см., 70 см. и 81 см., а одна изъ діагоналей 76 см.

943. Опредѣлить площадь четыреугольника, вписаннаго въ окружность, по четыремъ его сторонамъ $a=12$ арш., $b=14$ арш., $c=11$ арш. и $d=8$ арш.

Площади многоугольниковъ.

Опредѣляя площадь многоугольника, слѣдуетъ сначала разбить его на треугольники, проведя для этого діагонали изъ какой-нибудь вершины, или соединивъ вершины многоугольника съ любой точкой, взятой внутри его; затѣмъ опредѣлить площадь каждаго изъ этихъ треугольниковъ и найти сумму этихъ площадей.

Если же многоугольникъ описанъ около окружности, то площадь его выражается полупроизведеніемъ периметра на радіусъ вписанной окружности.

Если многоугольникъ правильный, то площадь его можетъ, кромѣ того, быть выражена формулами

$$S=\frac{na_n r}{2}, \quad \text{или} \quad S=\frac{na_n \cdot \sqrt{4R^2-a_n^2}}{4}$$

въ зависимости отъ радіусовъ r, R и a_n.

944. Периметръ многоугольника, описаннаго около окружности радіуса 6 см., равенъ 45 см. Опредѣлить площадь этого многоугольника.

945. Площадь многоугольника, описаннаго около окружности радіуса 5 дюйм., равна 85 кв. дюйм. Опредѣлить периметръ этого многоугольника.

946. Площадь описаннаго около окружности многоугольника 161 кв. фут., а его периметръ 46 фут. Опредѣлить радіусъ вписанной окружности.

947. Около окружностей радіусовъ $r=4{,}8$ см. и $r_1=3{,}2$ см. описано по многоугольнику, площади которыхъ равны. Опредѣлить периметръ перваго многоугольника, если периметръ второго $2p_1=30$ см.

948. Стороны пятиугольника $ABCDE$, суть $AB=2$ дм., $BC=3$ дм., $CD=4$ дм., $DE=4$ дм., $EA=3$ дм., а діагонали $AC=3$ дм. и $AD=5$ дм. Опредѣлить площадь этого пятиугольника.

949. На окружности радіуса r взяты точки A, B, C, D и E такъ, что $\smile AB=90°$, $\smile BC=60°$, $\smile CD=60°$ и $\smile DE=90°$, послѣ чего точки A и B, B и C, C и D, D и E, E и A соединены другъ съ другомъ. Опредѣлить площадь пятиугольника $ABCDE$.

950. Опредѣлить площадь правильнаго пятиугольника 1) по его сторонѣ a, 2) по радіусу R описанной около него окружности и 3) по радіусу r вписанной въ него окружности.

951. Опредѣлить площадь правильнаго шестиугольника 1) по его сторонѣ a, 2) по радіусу R описанной около него окружности и 3) по радіусу r вписанной въ него окружности.

952. Опредѣлить площадь правильнаго восьмиугольника 1) по его сторонѣ a, 2) по радіусу R описанной около него окружности и 3) по радіусу r вписанной въ него окружности.

953. Опредѣлить площадь правильнаго десятиугольника 1) по его сторонѣ a, 2) по радіусу R описанной около него окружности и 3) по радіусу r вписанной въ него окружности.

954. Опредѣлить площадь правильнаго двѣнадцатиугольника 1) по его сторонѣ a, 2) по радіусу R описанной около него окружности и 3) по радіусу r вписанной въ него окружности.

955. По данной площади S правильнаго пятиугольника опредѣлить 1) его сторону, 2) радіусъ описанной около него окружности и 3) радіусъ вписанной въ него окружности.

956. По данной площади S правильнаго шестиугольника опредѣлить 1) его сторону, 2) радіусъ описанной около него окружности и 3) радіусъ вписанной въ него окружности.

957. По данной площади S правильнаго восьмиугольника опредѣлить 1) его сторону, 2) радіусъ описанной около него окружности и 3) радіусъ вписанной въ него окружности.

958. По данной площади S правильнаго десятиугольника опредѣлить 1) его сторону, 2) радіусъ описанной около него окружности и 3) радіусъ вписанной въ него окружности.

959. По данной площади S правильнаго двѣнадцатиугольника опредѣлить 1) его сторону, 2) радіусъ описанной около него окружности и 3) радіусъ вписанной въ него окружности.

960. Вычислить площадь правильнаго вписаннаго въ окружность пятиугольника по его сторонѣ a и радіусу R.

961. Площадь правильнаго восьмиугольника S; его апоѳема a. Опредѣлить радіусъ описанной около восьмиугольника окружности.

962. Въ окружность радіуса R вписаны два правильныхъ треугольника такъ, что, при взаимномъ пересѣченіи ихъ сторонъ, каждая изъ этихъ сторонъ раздѣлилась на три равныя части. Опредѣлить площадь фигуры, общей обоимъ треугольникамъ.

963. Площадь правильнаго вписаннаго въ окружность n-угольника равна S=8 кв. фут., а площадь одноименнаго правильнаго n-угольника, описаннаго около этой окружности, равна S_1=10,125 кв. фут. Опредѣлить площадь правильнаго $2n$-угольника, вписаннаго въ ту же окружность.

964. Площадь правильнаго вписаннаго въ окружность n-угольника равна S, а площадь правильнаго вписаннаго въ ту же окружность $2n$-угольника равна S_1. Опредѣлить площадь правильнаго вписаннаго въ ту же окружность $4n$-угольника.

965. Въ равностороннемъ треугольникѣ, квадратѣ и правильномъ шестиугольникѣ стороны одинаковы. Опредѣлить отношеніе ихъ площадей.

966. Опредѣлить площадь правильнаго пятиугольника, вписаннаго въ окружность, если извѣстно, что площадь правильнаго двѣнадцатиугольника, описаннаго около той же окружности, равна 121 кв. дюйм.

967. Опредѣлить радіусъ окружности, если извѣстно, что разность между площадью правильнаго вписаннаго въ эту окружность восьмиугольника и площадью правильнаго вписаннаго въ нее шестиугольника равна 1 кв. метру.

968. На сколько квадратныхъ сантиметровъ площадь правильнаго десятиугольника, описаннаго около окружности радіуса r=4 см., больше площади правильнаго десятиугольника, вписаннаго въ эту окружность?

969. Опредѣлить сторону правильнаго n-угольника, равновеликаго суммѣ правильныхъ n-угольниковъ, стороны которыхъ соотвѣтственно равны a и b.

Площади треугольниковъ, имѣющихъ по равному углу.

Если треугольники имѣютъ по равному углу, то площади этихъ треугольниковъ относятся, какъ произведенія сторонъ, заключающихъ равный уголъ.

Если какой-нибудь уголъ одного треугольника дополняетъ до 180° уголъ другого треугольника, то площади этихъ треугольниковъ относятся, какъ произведенія сторонъ, заключающихъ эти углы.

970. На одной изъ сторонъ угла отъ вершины A отложены отрѣзки AB=4,8 см. и BC=3,6 см., а на другой AD=6,3 см. и DE=5,7 см., послѣ чего точки B и D, такъ же, какъ и точки C и E, соединены

другъ съ другомъ. Опредѣлить отношеніе площадей треугольниковъ ADB и ADC.

971. Прямая, пересѣкающая стороны AB и BC треугольника ABC соотвѣтственно въ точкахъ D и E, дѣлитъ его площадь пополамъ. Опредѣлить отрѣзокъ EC, если $AB=15$ дм., $BC=12$ дм. и $AD=6$ дм.

972. На одной изъ сторонъ угла A отложены отрѣзки AB и $BC=\frac{1}{2}AB$, а на другой отрѣзокъ AD, раздѣленный въ точкѣ E пополамъ. Далѣе точки B и D, такъ же, какъ и точки C и E, соединены другъ съ другомъ. Опредѣлить отношеніе площадей треугольниковъ ABD и ACE.

973. Въ треугольникѣ ABC сторона AC продолжена за вершину A, и на этомъ продолженіи отложенъ отрѣзокъ $AD=\frac{2}{3}AC$, а сторона AB въ точкѣ E раздѣлена пополамъ, послѣ чего точки D и E соединены другъ съ другомъ. Опредѣлить отношеніе площадей треугольниковъ ABC и DEA.

974. Въ треугольникѣ ABC сторона AC продолжена за вершину C на разстояніе $CD=\frac{1}{2}AC$, и точка D соединена со срединой E стороны AB и со срединой F стороны BC. Во сколько разъ площадь треугольника AED больше площади треугольника CFD?

975. Два равновеликіе треугольника имѣютъ по равному углу. Стороны, заключающія этотъ уголъ, въ одномъ треугольникѣ равны $a=10$ дм. и $b=16$ дм., а въ другомъ относятся, какъ $m:n=5:9$. Опредѣлить стороны, заключающія этотъ уголъ, во второмъ треугольникѣ.

976. Сторону треугольника $a=9$ вершк. увеличили на $m=12$ вершк.. На сколько слѣдуетъ уменьшить сторону $b=7$ вершк. того же треугольника, чтобы, не измѣняя угла между этими сторонами, получить треугольникъ, равновеликій первому?

977. Въ треугольникѣ ABC на сторонѣ AB взята точка D такъ, что $AD:DB=5:3$, а на сторонѣ AC точка E такъ, что $AE:EC=1:9$, и точки D и E соединены прямой. Опредѣлить площадь треугольника ADE, если площадь треугольника $ABC=656$ кв. см.

978. Въ параллелограммѣ $ABCD$ на сторонѣ AB отложена часть $AE=\frac{2}{3}AB$, а на сторонѣ AD часть $AF=\frac{1}{3}AD$, послѣ чего точки E и F соединены другъ съ другомъ. Во сколько разъ площадь параллелограмма $ABCD$ больше площади треугольника AEF?

979. Площадь параллелограмма $ABCD$ содержитъ 3200 кв. фут. На его сторонахъ взяты точки E, F, G и H такъ, что $AE:EB=3:5$, $BF=FC$; $CG:GD=2:3$ и $AH:HD=1:9$, послѣ чего точки E и F, F и G, G и H и, наконецъ, H и E соединены другъ съ другомъ. Опредѣлить площадь четыреугольника $EFGH$.

980. На сторонахъ a, b и c треугольника даны точки M, N и P такъ, что точка M дѣлитъ сторону a на части m и n, точка N дѣлитъ сторону b на части m_1 и n_1, а точка P дѣлитъ сторону c на части m_2 и n_2. Опредѣлить отношеніе площадей большого треугольника и треугольника MNP.

981. Стороны треугольника ABC продолжены въ одномъ направленіи: сторона AB за точку B, и отложена часть $BM=2AB$, сторона BC за точку C, и отложена часть $CN=3BC$, а сторона AC за точку A и отложена часть $AP=4AC$, послѣ чего точки M, N и P соединены другъ съ другомъ. Опредѣлить отношеніе площадей треугольниковъ MNP и ABC.

Площади подобныхъ треугольниковъ.

При рѣшеніи помѣщенной ниже группы задачъ, кромѣ теоремъ, относящихся къ подобнымъ треугольникамъ, приходится пользоваться еще теоремой:

Площади подобныхъ треугольниковъ относятся, какъ квадраты сходственныхъ сторонъ, или какъ квадраты сходственныхъ высотъ, медіанъ и биссектриссъ угловъ, или какъ квадраты периметровъ.

982. Каждая изъ сторонъ нѣкотораго треугольника увеличена вдвое. Во сколько разъ увеличится при этомъ площадь этого треугольника?

983. Одна изъ сторонъ треугольника раздѣлена на 3 равныя части, и черезъ точки дѣленія проведены параллели одной изъ его сторонъ. Опредѣлить отношеніе площадей полученныхъ частей треугольника.

984. Стороны треугольника $a=5$ дюйм., $b=7$ дюйм. и $c=9$ дюйм. Опредѣлить стороны треугольника, подобнаго данному, но съ площадью въ 4 раза меньшею, чѣмъ площадь даннаго треугольника.

985. Въ какомъ отношеніи разсѣкается высота треугольника прямой, параллельной основанію, если эта прямая дѣлитъ площадь треугольника пополамъ?

986. Сторона треугольника равна 7 см. Опредѣлить сходственную сторону подобнаго ему треугольника, но съ площадью вдвое большей.

987. Сходственныя стороны двухъ подобныхъ треугольниковъ относятся между собой, какъ $m:n=3:10$. Опредѣлить площадь большаго треугольника, если площадь меньшаго треугольника=18 кв. фут.

988. Периметры двухъ подобныхъ треугольниковъ равны соотвѣтственно $2p=32$ см. и $2p_1=40$ см. Площадь перваго треугольника $\triangle=$ $=320$ кв. см. Опредѣлить площадь второго.

989. Площади двухъ подобныхъ треугольниковъ относятся, какъ 16 : 9. Найти стороны большаго треугольника, если стороны меньшаго соотвѣтственно равны 6 фут., 9 фут. и 12 фут.

990. Основаніе треугольника $b=36$ дюйм., а высота $h=21$ дюйм. Опредѣлить основаніе и высоту подобнаго ему треугольника, зная, что площадь послѣдняго $\triangle=42$ кв. дюйм.

991. На одной изъ сторонъ треугольника взята точка, дѣлящая эту сторону въ отношеніи 2 : 3, и изъ нея проведены параллели двумъ другимъ сторонамъ треугольника. Какъ относятся между собой части, на которыя раздѣлился треугольникъ проведенными прямыми?

992. Прямая, параллельная основанію треугольника, дѣлитъ его площадь на двѣ равныя части. Въ какомъ отношеніи эта прямая дѣлитъ боковыя стороны треугольника?

993. Черезъ точку, взятую на сторонѣ треугольника, проведены прямыя, параллельныя двумъ другимъ сторонамъ, находящимся въ отношеніи $m:n$; эти параллели въ пересѣченіи со сторонами образуютъ ромбъ. Опредѣлить отношеніе площади треугольника къ площади ромба.

994. Прямая, параллельная основанію треугольника, дѣлитъ его высоту (считая отъ вершины) въ отношеніи $m:n=3:8$. Опредѣлить площадь треугольника, если разность площадей частей, на которыя раздѣленъ треугольникъ параллелью, равна $s=20{,}6$ кв. см.

995. Опредѣлить отношеніе площадей двухъ треугольниковъ, на которые раздѣляется прямоугольный треугольникъ, съ катетами $a=6$ см. и $b=8$ см., перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ вершины прямого угла на гипотенузу.

996. Въ прямоугольномъ треугольникѣ перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, дѣлитъ треугольникъ на части, разность площадей которыхъ равна 5,88 кв. см. Опредѣлить площадь треугольника, если отношеніе катетовъ равно 3 : 4.

997. Периметръ треугольника $2p=228$ вершк., а основаніе его $b=57$ вершк. Параллельно основанію проведена прямая такъ, что отрѣзокъ ея, заключенный между боковыми сторонами треугольника, равенъ $m=14{,}25$ вершк. Опредѣлить площади частей, на которыя раздѣлился треугольникъ этой параллелью.

998. Площадь треугольника ABC равна 125 кв. см., а сторона $AC=15$ см. На сторонѣ AB взята точка D такъ, что $AD=6$ см., и черезъ эту точку проведена прямая DE до пересѣченія со стороной AC. Опредѣлить площадь треугольника ADE, если $\angle AED=\angle ABC$.

999. Треугольникъ, площадь котораго $\triangle=128$ кв. дюйм., разсѣченъ на двѣ части прямой, параллельной основанію. Опредѣлить площадь отсѣченнаго малаго треугольника, зная, что отношеніе отрѣзка параллели, заключеннаго между боковыми сторонами, къ основанію треугольника равно $m:n=3:8$.

1000. Площадь треугольника раздѣлена прямой на части въ отношеніи $m:n=2:5$, при чемъ одна изъ боковыхъ сторонъ дѣлится этой же прямой въ отношеніи $p:q=3:8$. Въ какомъ отношеніи дѣлитъ эта прямая вторую изъ боковыхъ сторонъ треугольника?

1001. Боковыя стороны трапеціи, равныя 3,4 см. и 5 см., продолжены до взаимнаго пересѣченія. Площадь меньшаго изъ полученныхъ треугольниковъ относится къ площади трапеціи, какъ 9 : 7. Опредѣлить площадь трапеціи, если меньшее основаніе ея равно 16,8 см.

1002. Черезъ точку O окружности радіуса r проведена касательная. Изъ точки A этой касательной проведена прямая черезъ центръ окружности. Эта прямая пересѣкаетъ окружность въ точкахъ M и N, которыя соединены съ O. Опредѣлить разстояніе OA, если извѣстно, что площадь треугольника MON есть средняя пропорціональная между площадями треугольниковъ MOA и NOA.

Площади подобныхъ многоугольниковъ.

Рѣшая нижепомѣщенныя задачи, кромѣ теоремъ о подобныхъ многоугольникахъ, слѣдуетъ примѣнять слѣдующее соотношеніе:

Площади подобныхъ многоугольниковъ относятся, какъ квадраты сходственныхъ сторонъ, или какъ квадраты сходственныхъ діагоналей, или какъ квадраты периметровъ.

Если же многоугольники правильные, то площади ихъ относятся, кромѣ того, какъ квадраты радіусовъ или какъ квадраты апоѳемъ.

1003. Сходственныя стороны двухъ подобныхъ многоугольниковъ равны соотвѣтственно 8 см. и 12 см. Опредѣлить отношеніе площадей этихъ многоугольниковъ.

1004. Площади правильныхъ многоугольниковъ равны соотвѣтственно 94,8 кв. см. и 5,88 кв. см. Одна изъ сторонъ перваго многоугольника на 6 см. больше стороны второго. Опредѣлить эти стороны.

1005. Опредѣлить отношеніе площадей правильныхъ вписаннаго и описаннаго около одной и той же окружности шестиугольниковъ.

1006. Периметры подобныхъ многоугольниковъ относятся, какъ $m:n=4:7$, а сумма ихъ площадей равна $S=128$ кв. дюйм. Опредѣлить площади многоугольниковъ.

1007. Разность площадей двухъ одноименныхъ правильныхъ многоугольниковъ равна $S=10$ кв. дцм., а отношеніе радіусовъ описанныхъ около нихъ окружностей равно $m:n=3:2$. Опредѣлить площади многоугольниковъ.

1008. Сходственныя стороны двухъ подобныхъ многоугольниковъ $a=3$ фут. и $a_1=4$ фут. Опредѣлить сходственную сторону подобнаго имъ многоугольника, площадь котораго равна суммѣ площадей данныхъ.

1009. Зная площади M и M' двухъ подобныхъ правильныхъ n-угольниковъ, вписаннаго и описаннаго, вычислить площади правильныхъ $2n$-угольниковъ, вписаннаго и описаннаго около той же окружности.

1010. Отъ прямоугольника со сторонами $a=8$ см. и $b=10$ см. отсѣченъ подобный ему прямоугольникъ. Опредѣлить площадь послѣдняго.

1011. Боковыя стороны трапеціи продолжены до взаимнаго пересѣченія. Треугольникъ, образованный этими продолженіями и меньшимъ основаніемъ трапеціи, равновеликъ всей трапеціи. Опредѣлить отношеніе основаній этой трапеціи.

1012. Основанія трапеціи a и c, а высота ея h. Опредѣлить длину средней линіи трапеціи, подобной данной и имѣющей площадь S.

1013. Прямая, параллельная основаніямъ трапеціи, дѣлитъ ее на двѣ подобныя между собою части. Опредѣлить отношеніе площадей образовавшихся фигуръ, если основанія трапеціи соотвѣтственно равны a и c.

1014. Участокъ земли, имѣющій видъ многоугольника и содержащій 23 десят. 1248 кв. саж., изображенъ на планѣ въ масштабѣ 100 саж. въ 1 дюймѣ. Опредѣлить площадь начерченнаго многоугольника.

Длина окружности и дуги.

Пусть C — длина окружности, r и D — соотвѣтственно радіусъ и діаметръ данной окружности, l — длина дуги въ $n°$, выраженная въ частяхъ соотвѣтствующаго радіуса.

Пользуясь этими обозначеніями, можно выразить длину окружности и длину дуги слѣдующими формулами:

$$C=2\pi r=\pi D;\quad l=\frac{\pi rn}{180}.$$

Если же дуга выражена въ минутахъ (n'_1), или секундахъ (n''_2), то длина ея опредѣлится формулами:

$$l=\frac{\pi rn_1}{180.60};\quad l=\frac{\pi rn_2}{180.60.60}.$$

Замѣчаніе. Въ задачахъ на опредѣленіе длины окружности и дуги величина π взята съ двумя десятичными знаками.

Кромѣ приведенныхъ формулъ, полезно для рѣшенія нѣкоторыхъ задачъ помнить, что длины окружностей относятся, какъ ихъ радіусы или діаметры.

1015. Опредѣлить длину окружности, если радіусъ r ея равенъ a) 2 арш., b) 5 дцм., c) 10 см.

1016. Длина окружности равна a) 3,08 см., b) 3,5 арш., c) 4 дцм. Опредѣлить ея радіусъ.

1017a. Опредѣлить длину $\frac{1}{n}$ части окружности, если радіусъ r ея равенъ 100 см., а n равно: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 16; 20; 24.

1017b. Выразить въ географическихъ миляхъ и верстахъ длину дугъ въ 1°; 1′; 1″; 15°17′ 18″ экватора земного шара, если радіусъ земного шара равенъ 6000 верстъ.

1018. Опредѣлить центральный уголъ, опирающійся на дугу окружности, если радіусъ этой окружности $r=3$ см., а длина дуги $a=$ $=10,8$ см.

1019. Опредѣлить радіусъ окружности, длина дуги которой равна 3,925 метр., а центральный уголъ, опирающійся на эту дугу, равенъ 22° 30′.

1020. Опредѣлить длину дуги окружности, если ея радіусъ равенъ 10 см., а центральный уголъ, опирающійся на эту дугу, равенъ 63°.

1021. Длина минутной стрѣлки башенныхъ часовъ 2,3 метр. Опредѣлить длину дуги, которую опишетъ конецъ этой стрѣлки за 1 часъ, 6 часовъ, 12 часовъ.

1022. Выразить въ градусахъ и доляхъ его дугу, длина которой равна радіусу окружности.

1023. Двѣ дуги равной длины описаны радіусами R и r; первая изъ этихъ дугъ содержитъ $n°$; опредѣлить градусную мѣру второй дуги.

1024. Если изъ вершины нѣкотораго угла описать между его сторонами дугу радіусомъ, равнымъ 2,1 см., то длина этой дуги будетъ 2,2 см.; если же изъ вершины другого угла описать между его сторонами дугу радіусомъ, равнымъ 4,2 см., то длина этой дуги будетъ 3,3 см. Опредѣлить отношеніе градусныхъ мѣръ этихъ двухъ угловъ.

1025.* Острый уголъ прямоугольнаго треугольника, вписаннаго въ окружность, равенъ 32° 17′. Опредѣлить длину каждой изъ дугъ, стягиваемыхъ катетами, если гипотенуза равна 31 см.

1026. При радіусѣ окружности, равномъ единицѣ, длина полуокружности равна π. Какова будетъ ошибка, если вмѣсто длины полуокружности взять сумму стороны правильнаго треугольника и стороны квадрата, вписанныхъ въ эту окружность.

1027. Черезъ точку A, взятую на окружности, радіусъ которой равенъ единицѣ, проведенъ діаметръ AB и хорда AC, равная сторонѣ правильнаго вписаннаго въ эту окружность шестиугольника; на эту хорду опущенъ изъ центра O перпендикуляръ OK, который продолженъ до пересѣченія въ точкѣ G съ касательной, проведенной къ окружности въ точкѣ A; на продолженіи касательной GA отъ точки G отложена часть GF, равная тремъ радіусамъ OA, а точка F соединена съ точкой B. Опредѣлить ошибку, которая будетъ сдѣлана, если вмѣсто длины полуокружности взять отрѣзокъ FB.

1028. Длина дуги, соотвѣтствующая центральному углу въ 30°, на 1,05 дцм. больше радіуса. Опредѣлить длину окружности, часть которой составляетъ данная дуга.

1029. Хорда дѣлитъ окружность въ крайнемъ и среднемъ отношеніи. Опредѣлить части окружности, если радіусъ ея равенъ r.

1030. Сумма S длины окружности и діаметра этой же окружности равна 82,8 см. Опредѣлить радіусъ этой окружности.

1031. Разность d между длиной окружности и ея діаметромъ равна 42,8 см. Опредѣлить длину окружности.

1032. Разность радіусовъ двухъ окружностей равна d=5 см., а отношеніе длинъ этихъ же окружностей $m:n$=3 : 2. Опредѣлить радіусы окружностей.

1033. Найти зависимость между радіусами трехъ окружностей, если a) длина первой окружности равна суммѣ длинъ двухъ другихъ, и b) длина первой окружности равна разности длинъ двухъ другихъ.

1034. Окружность, катясь по прямой, сдѣлала 1, 2,...,n полныхъ оборотовъ. Опредѣлить разстояніе, на которое перемѣстится при этомъ центръ окружности, если радіусъ ея r равенъ 20 см.

1035. На какой отрѣзокъ надо увеличить длину радіуса r окружности, чтобы длина окружности увеличилась въ 2, 3, 4,...,n разъ?

1036. Къ окружности проведены двѣ касательныя подъ прямымъ угломъ другъ къ другу; черезъ точку ихъ пересѣченія проходитъ окружность, концентрическая первой. Опредѣлить длину второй окружности, если радіусъ r первой 0,3 дцм.

1037. Опредѣлить кратчайшее разстояніе между двумя концентрическими окружностями, если разность длинъ этихъ окружностей равна 12,56 см.

1038. Радіусы R и r двухъ концентрическихъ окружностей соотвѣтственно равны 34 см. и 18 см. Опредѣлить длину каждой изъ двухъ окружностей, касающихся данныхъ, если центры ихъ лежатъ на одной прямой съ центромъ данныхъ окружностей.

1039. Длина первой изъ двухъ концентрическихъ окружностей равна 77 см., длина второй 72,6 см. Опредѣлить a) наименьшее и b) наибольшее разстояніе между двумя точками этихъ окружностей, если точки лежатъ на прямой, проходящей черезъ центръ.

1040. Двѣ окружности, радіусы которыхъ r и R, касаются внѣшне другъ друга. Опредѣлить длину окружности, проходящей черезъ центры данныхъ окружностей, если центръ ея лежитъ на линіи центровъ данныхъ, а длина каждой изъ данныхъ окружностей соотвѣтственно равна 26π см. и 62π см.

1041. Три окружности расположены такъ, что каждая изъ нихъ касается внѣшне двухъ остальныхъ. Опредѣлить длину окружности,

проходящей черезъ центры данныхъ, если ихъ радіусы соотвѣтственно равны 2 дцм., 5,25 дцм. и 2 дцм.

1042. Діаметръ D окружности, равный 1 метру, раздѣленъ въ крайнемъ и среднемъ отношеніи. На полученныхъ отрѣзкахъ, какъ на діаметрахъ, описаны окружности. Опредѣлить длину каждой изъ нихъ.

1043. Изъ точки, лежащей внѣ окружности, проведены къ ней касательная и сѣкущая, проходящая черезъ центръ окружности. Опредѣлить длину этой окружности, если длина касательной 3,6 см., а внѣшняя часть сѣкущей 0,6 см.

1044. Опредѣлить разность между длиной окружности, радіусъ R которой равенъ 1 метру, и периметрами правильныхъ вписанныхъ въ нее a) треугольника, b) квадрата, c) шестиугольника, d) восьмиугольника, e) двѣнадцатиугольника.

1045. Опредѣлить разность между длиной окружности, радіусъ r которой равенъ 1 метру, и периметрами правильныхъ описанныхъ около нея a) треугольника, b) квадрата, c) шестиугольника, d) восьмиугольника, e) двѣнадцатиугольника.

1046. Опредѣлить периметръ кругового сектора, если его радіусъ равенъ 5 см., а центральный уголъ, опирающійся на дугу сектора, равенъ 75°.

1047. Опредѣлить радіусъ дуги сектора, если ея длина 9,42 дцм., а центральный уголъ, опирающійся на дугу сектора, равенъ 60°.

1048. Опредѣлить длину окружности, вписанной въ секторъ, дуга котораго равна 60°, а радіусъ сектора равенъ 12 см.

1049. Опредѣлить периметръ кругового сегмента, дугу котораго стягиваетъ хорда, равная сторонѣ правильнаго вписаннаго a) треугольника, b) квадрата, c) шестиугольника, если радіусъ R окружности равенъ 10 см.

Площадь круга.

Обозначая площадь круга черезъ K, получимъ общую формулу

$$K=\pi r^2=\frac{\pi D^2}{4}.$$

При рѣшеніи нѣкоторыхъ задачъ полезно примѣнять соотношеніе: Площади круговъ относятся, какъ квадраты ихъ радіусовъ или діаметровъ.

Замѣчаніе. Въ задачахъ на опредѣленіе площади круга величина π взята съ двумя десятичными знаками вездѣ, кромѣ тѣхъ случаевъ, въ которыхъ сдѣлано особое указаніе.

1050. Опредѣлить площадь круга, если

1) $r=3,5$ см. ($\pi=3,14$); 2) $r=2\frac{1}{3}$ саж. $\left(\pi=\frac{22}{7}\right)$.

3) $r=50$ дм. ($\pi=3,14159$); 4) $r=22,6$ метр. $\left(\pi=\frac{355}{113}\right)$.

1051. Опредѣлить площадь круга, если его діаметръ равенъ 1) 1 саж. $\left(\pi=\frac{22}{7}\right)$, 2) 2 см.

1052. Опредѣлить радіусъ круга, если его площадь равна a) 19,625 кв. дюйм., b) 22,8 кв. фут., c) 50,24 кв. см.

1053. Полагая $\pi=\frac{22}{7}$, опредѣлить площадь круга, если длина его окружности равна $C=1,2$ фута.

1054. Площадь круга $K=0,5$ кв. саж.; опредѣлить длину окружности этого круга.

1055. Опредѣлить площадь круга, зная, что дуга его окружности, равная 120°, стягивается хордой въ $a=4$ см.

1056. Длина дуги, содержащей 54°, равна 47,1 дюйма. Опредѣлить площадь круга.

1057. Опредѣлить радіусъ круга, площадь котораго равна квадратной единицѣ.

1058. Какъ измѣнится площадь круга, если радіусъ окружности этого круга $r=51$ см. a) увеличить въ $m=3$ раза, b) уменьшить въ $n=6$ разъ?

1059. Радіусъ окружности круга увеличенъ на $\frac{1}{n}$ часть своей длины. На какую часть увеличилась площадь круга?

1060. Какъ измѣнится площадь круга, если радіусъ его окружности $r=2$ вершк. a) увеличить на $m=3$ вершк., b) уменьшить на $n=1$ вершк.?

1061. Опредѣлить радіусъ круга, площадь котораго a) въ 5 разъ болѣе, b) въ 2 раза меньше, площади круга радіуса 3 см.

1062a. Опредѣлить радіусъ круга, равновеликаго суммѣ круговъ, радіусы которыхъ соотвѣтственно равны $r=2$ см., $r_1=3$ см. и $r_2=4$ см.

1062b. Опредѣлить радіусъ круга, равновеликаго разности круговъ, радіусы которыхъ $r=5$ см. и $r_1=3$ см.

1063. Опредѣлить длину окружности круга, равновеликаго разности круговъ, длины окружностей которыхъ суть $C=20$ д. и $C_1=11,4$ д.

1064. Площадь круга равна площади прямоугольника со сторонами $a=3$ см. и $b=2$ см. Опредѣлить радіусъ окружности даннаго круга.

1065. Площадь круга равна 120 кв. см. На сколько см. периметръ равновеликаго данному кругу квадрата больше длины окружности этого круга?

1066. Площади двухъ круговъ относятся между собой, какъ 25 : 16, а разность радіусовъ окружностей этихъ круговъ равна 3 см. Опредѣлить площади круговъ.

1067. Опредѣлить отношеніе площадей двухъ круговъ, если длины ихъ окружностей соотвѣтственно равны $C=48$ дюйм. и $C_1=64$ дюйм.

1068. Опредѣлить отношеніе радіусовъ круговъ, если ихъ площади соотвѣтственно равны $K=25$ кв. фут. и $K_1=9$ кв. фут.

1069. Отношеніе окружностей двухъ круговъ равно $m:n=2:3$, а сумма радіусовъ равна $s=10$ см. Опредѣлить площади этихъ круговъ.

1070. Разность длинъ окружностей двухъ круговъ равна $d=37{,}68$ саж. а отношеніе радіусовъ этихъ окружностей равно $m:n=8:5$. Опредѣлить площади этихъ круговъ.

1071. Сумма площадей двухъ круговъ 26,7 кв. см., а разность длинъ окружностей этихъ круговъ равна 6,28 см. Опредѣлить площади круговъ.

1072. Опредѣлить площадь кольца, заключеннаго между двумя концентрическими окружностями радіусовъ $r=8$ дм. и $r_1=7$ дм.

1073. Площадь кольца, заключеннаго между концентрическими окружностями, равна $s=3017{,}415$ кв. метр. Опредѣлить радіусъ меньшей окружности, если извѣстно, что ея длина равна радіусу большей окружности.

1074. Внутри круга, радіусъ котораго равенъ 2 фут., проведена окружность, имѣющая діаметромъ сторону правильнаго треугольника, вписаннаго въ окружность даннаго радіуса. Опредѣлить площадь, заключающуюся между окружностями обоихъ круговъ.

1075. Кругъ радіуса r раздѣленъ на двѣ равновеликія части концентрической окружностью. Опредѣлить ея радіусъ.

1076. Проведены 3 концентрическія окружности; радіусъ большей изъ нихъ $r=25$ см. Опредѣлить радіусы двухъ другихъ окружностей, если извѣстно, что онѣ дѣлятъ площадь большого круга на три равновеликія части.

1077. Площадь прямоугольнаго треугольника, вписаннаго въ окружность, равна 24 кв. см., а одинъ изъ катетовъ больше другого на 2 см. Опредѣлить площадь круга.

1078. Гипотенуза прямоугольнаго треугольника больше одного катета на $m=9$ см. и больше другого на $n=6{,}8$ см. Опредѣлить площадь круга, вписаннаго въ этотъ треугольникъ.

1079. Опредѣлить площадь круга, вписаннаго въ ромбъ, діагонали котораго 10,4 см. и 15,6 см.

1080. Опредѣлить площадь круга, зная, что разность между площадями вписанныхъ въ окружность этого круга правильнаго шестиугольника и квадрата равна 3 кв. см.

1081. Опредѣлить площадь круга, описаннаго около правильнаго десятиугольника со стороной $a=3$ фут.

1082. Средины сторонъ квадрата, площадь котораго $s=24$ кв. дцм., соединены послѣдовательно прямыми линіями, и въ полученный такимъ образомъ четыреугольникъ вписана окружность. Опредѣлить площадь полученнаго круга.

1083. Въ окружность круга, площадь котораго равна 125,667 кв. дм., вписанъ прямоугольникъ съ площадью въ 48 кв. дм. Опредѣлить его стороны.

1084. Около окружности, длина которой $C=25{,}12$ см., описанъ четыреугольникъ съ периметромъ $2p=34{,}12$ см. Опредѣлить разность площадей четыреугольника и круга.

1085. Опредѣлить разность между площадью прямоугольнаго треугольника съ катетами $a=12$ см. и $b=12{,}6$ см. и площадью круга, вписаннаго въ этотъ треугольникъ.

1086. Опредѣлить площадь круга, вписаннаго въ прямоугольный треугольникъ, зная радіусы $r=5$ см. и $r_1=7$ см. окружностей, вписанныхъ въ треугольники, на которые разбивается данный перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ вершины прямого угла на гипотенузу.

1087. Діаметръ нѣкоторой окружности раздѣленъ въ крайнемъ и среднемъ отношеніи. На полученныхъ отрѣзкахъ діаметра описаны полуокружности по разнымъ сторонамъ діаметра. Опредѣлить отношенія площадей, на которыя раздѣлится площадь даннаго круга образовавшейся кривой линіей.

1088. Въ точкѣ A окружности проведена къ этой окружности касательная и на ней взята точка B такъ, что $AB=m=9$ дюйм. Эта касательная скользитъ своимъ концомъ A по окружности, все время

оставаясь касательной къ ней, и переходитъ въ положеніе A_1B_1. Опредѣлить площадь фигуры, описанной касательной AB, если дуга $AA_1=a^\circ=30^\circ$.

Площадь сектора.

Обозначая площадь сектора черезъ S, получимъ общую формулу:

$$S=\frac{l\,.\,r}{2}$$

Зная двѣ изъ величинъ, входящихъ въ составъ этого равенства, легко опредѣлить третью.

1089. Опредѣлить площадь сектора по радіусу r дуги сектора и дугѣ въ n°, если a) $r=24$ см. и $n=30^\circ$, b) $r=10,8$ дюйм. и $n=42^\circ$; c) $r=4$ фут. и $n=67^\circ30'$, d) $r=12$ арш. и $n=160^\circ$.

1090. Опредѣлить площадь сектора по радіусу r и длинѣ α дуги сектора, выраженной въ частяхъ радіуса, если a) $r=35$ см. и $\alpha=42$ см., b) $r=15$ д. и $\alpha=10,47$ дм., c) $r=2$ фут. и $\alpha=11$ фут..

1091. Опредѣлить площадь сектора и радіусъ дуги сектора по длинѣ дуги α въ частяхъ радіуса и градусной величинѣ n той же дуги, если a) $\alpha=8$ см. и $n=200^\circ$, b) $\alpha=12,5$ дюйм. и $n=50^\circ$.

1092. Опредѣлить дугу сектора въ градусахъ и въ частяхъ радіуса по площади сектора S и радіусу r, если a) $S=16,1$ кв. см. и $r=9,2$ см., b) $S=5$ кв. дюйм. и $r=3$ дюйм.

1093. Площадь сектора, дуга котораго содержитъ 50°, равна 62,83 кв. фута. Опредѣлить длину дуги сектора въ частяхъ радіуса и радіусъ.

1094. Опредѣлить радіусъ дуги сектора, если его площадь $K=$ $=62,8$ кв. см., а уголъ сектора $n=18^\circ$.

1095. Опредѣлить радіусъ дуги сектора, если a) его площадь 154 кв. см., а дуга 30°; b) площадь сектора 7482,88 кв. дюйм., а дуга $48^\circ 20'$.

1096. Длина дуги сектора равна діаметру окружности, а площадь сектора равна 22 кв. дцм. Опредѣлить радіусъ сектора.

1097. Опредѣлить периметръ сектора, зная, что его площадь равна S, а дуга сектора равна n°.

1098. Площадь сектора съ дугой въ 90° равна площади круга радіуса въ 14 см. Опредѣлить радіусъ дуги сектора.

1099. Дуга сектора содержитъ 60°; его площадь равна площади круга радіуса $r=7$ см. Опредѣлить радіусъ дуги сектора.

1100. Опредѣлить радіусъ и дугу сектора, зная, что сумма дуги сектора съ діаметромъ окружности равна 50 см., а площадь сектора 144 кв. см.

1101. Изъ вершины угла въ 45°, какъ изъ центра, описаны двѣ дуги, изъ которыхъ одна втрое болѣе другой. Опредѣлить площадь фигуры, заключающейся между дугами и сторонами угла, если длина меньшей дуги равна 11 см.

1102. Радіусы двухъ подобныхъ секторовъ (т.-е. имѣющихъ равные центральные углы) относятся, какъ $m:n=3:7$. Опредѣлить площадь большаго сектора, если площадь меньшаго равна $S=18$ кв. дцм.

1103. Полуокружность раздѣлена на 3 равные части и точки дѣленія соединены съ однимъ изъ концовъ діаметра. Опредѣлить площадь средней части полукруга, если его радіусъ $r=6$ см.

1104. Окружность радіуса $r=2$ см. раздѣлена хордой въ крайнемъ и среднемъ отношеніи. Опредѣлить площадь сектора, соотвѣтствующаго меньшей изъ образовавшихся дугъ окружности.

1105. Окружность, вписанная въ секторъ, дѣлится въ точкахъ касанія съ дугой и радіусами на 3 равныя части. Опредѣлить площадь сектора, если площадь вписаннаго круга равна $K=20$ кв. дюйм.

1106. Изъ точки M, находящейся отъ центра окружности радіуса r на разстояніи діаметра этой окружности, проведены къ ней касательныя MA и MB. Опредѣлить площадь, заключенную между касательными и дугой AB.

1107. Изъ точки, взятой внѣ окружности O радіуса r, проведены къ этой окружности двѣ касательныя AB и AC, образующія между собой уголъ въ 120° ($\angle BAC$). Опредѣлить площадь, заключенную между касательными и окружностью.

1108. Окружности радіусовъ r и $3r$ внѣшне касаются въ точкѣ M; къ этимъ окружностямъ проведена общая внѣшняя касательная AA_1. Опредѣлить площадь фигуры AMA_1, заключенной между окружностями и касательной.

1109. Въ окружность радіуса r вписаны три равныя окружности, касающіяся другъ друга въ точкахъ A, B и C, и данной окружности радіуса r. Опредѣлить площадь фигуры ABC, заключающейся между дугами малыхъ окружностей.

Площадь сегмента.

Площадь сегмента геометрически можетъ быть вычислена только при нѣкоторыхъ частныхъ значеніяхъ градусной величины дуги сегмента.

Чтобы опредѣлить площадь даннаго сегмента, слѣдуетъ изъ площади сектора, образованнаго дугой сегмента и двумя радіусами, проведенными къ концамъ этой дуги изъ центра окружности круга вычесть площадь равнобедреннаго треугольника, составленнаго хордой сегмента и этими радіусами. Площадь этого треугольника можетъ быть опредѣлена слѣдующимъ образомъ. Принявъ за основаніе одну изъ равныхъ сторонъ, опускаютъ на нее перпендикуляръ изъ конца дуги сегмента и разсматриваютъ одинъ изъ образовавшихся такимъ образомъ прямоугольныхъ треугольниковъ; какой-либо изъ острыхъ угловъ одного изъ этихъ треугольниковъ дастъ возможность опредѣлить противолежащій катетъ, какъ половину стороны правильнаго многоугольника, вписаннаго въ окружность даннаго радіуса. Въ дальнѣйшемъ опредѣленіе площади треугольника производится такъ, какъ это указано ранѣе при опредѣленіи площади треугольника по двумъ сторонамъ его и углу между ними (стран. 108—109).

Вычтя найденную площадь равнобедреннаго треугольника изъ площади сектора, получимъ искомую площадь сегмента.

Указанное вычисленіе можно упростить слѣдующимъ образомъ.

Опредѣливъ длину перпендикуляра, опущеннаго изъ конца дуги сегмента на одинъ изъ радіусовъ и обозначивъ его черезъ h, найдемъ, что площадь сегмента k равна:

$$k=\frac{lr}{2}-\frac{rh}{2}=\frac{r}{2}(l-h),$$

гдѣ l — длина дуги сегмента, выраженная въ частяхъ радіуса*).

1110. Опредѣлить площадь сегмента, дуга котораго равна $\frac{1}{10}$ части окружности радіуса $r=3$ дцм.

1111. Опредѣлить площадь сегмента, если его радіусъ r, а дуга содержитъ a) 135°, b) 162°.

1112. Опредѣлить площадь сегмента, если его дуга содержитъ 144°, а длина ея въ частяхъ радіуса $4,8\pi$ см.

*) Опредѣленіе длины дуги въ частяхъ радіуса см. отдѣлъ «Длина окружности и дуги».

1113. Опредѣлить площадь сегмента, зная, что соотвѣтствующая ему хорда равна 6 см., а радіусъ окружности 120 см.

1114. Опредѣлить площади сегментовъ, отсѣкаемыхъ отъ круга въ окружности радіуса r сторонами правильныхъ вписанныхъ въ нее многоугольниковъ a) треугольника ($r=3,5$ см.); b) квадрата ($r=4$ д.); c) пятиугольника; d) шестиугольника ($r=5,4$ ф.); e) восьмиугольника и f) десятиугольника.

1115. Опредѣлить площадь сегмета, если его дуга содержитъ $n°$, радіусъ дуги сегмента равенъ r, а разстояніе хорды сегмента до центра окружности $=h$.

1116. На общей хордѣ, длина которой a, по одну ея сторону построены два сегмента, изъ которыхъ одинъ вмѣщаетъ уголъ въ 135°, а другой — уголъ въ 120°. Опредѣлить площадь луночки, заключенной между дугами сегментовъ (т.-е. разность площадей данныхъ сегментовъ).

1117. Около треугольника со сторонами $a=34$ дм., $b=93$ дм. и $c=65$ дм., описана окружность. Опредѣлить сумму площадей сегментовъ, отрѣзанныхъ отъ круга сторонами треугольника.

1118. Въ окружности радіуса r проведены двѣ параллельныя другъ другу хорды; одна изъ нихъ равна радіусу окружности, а другая представляетъ собой сторону правильнаго вписаннаго въ эту окружность треугольника. Опредѣлить площадь фигуры, заключенной между хордами и отсѣкаемыми ими дугами окружности.

1119. Сумма катетовъ равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника равна $m=10$ см. Изъ вершины прямого угла радіусомъ, равнымъ катету треугольника, описана окружность, а изъ вершины одного изъ острыхъ угловъ — окружность радіусомъ, равнымъ гипотенузѣ треугольника. Опредѣлить площадь, общую обоимъ кругамъ.

1120. Разстояніе между центрами двухъ пересѣкающихся окружностей равно 13,66 см. Соединивъ центры окружностей съ точками взаимнаго ихъ пересѣченія, найдемъ, что образовавшійся центральный уголъ одной окружности равенъ 60°, а другой 90°. Опредѣлить площадь фигуры, общей обоимъ кругамъ.

1121. Концы дуги AB окружности соединены съ центромъ O и другъ съ другомъ. Площадь треугольника AOB болѣе площади сегмента, соотвѣтствующаго дугѣ AB, на $m=8$ кв. вершк. Опредѣлить радіусъ окружности, если дуга AB содержитъ 30°.

1122. Изъ точки пересѣченія діагоналей квадрата, сторона котораго $a=2$ дцм., описана окружность, отсѣкающая отъ сторонъ квадрата отрѣзки, равные радіусу окружности. Опредѣлить площадь фигуры, общей квадрату и кругу.

1123. Двѣ окружности равныхъ радіусовъ внѣшне касаются. Точка касанія этихъ окружностей служитъ центромъ новой окружности, проходящей черезъ центры данныхъ окружностей. Опредѣлить площадь сегмента, отсѣкаемаго отъ большаго круга общей внѣшней касательной къ внутреннимъ окружностямъ, если радіусъ внутренней окружности равенъ r.

1124. Въ полуокружность, радіусъ которой $r=5$ см., вписаны двѣ равныя окружности, касающіяся между собой, данной окружности и его діаметра. Опредѣлить площадь фигуры, ограниченной тремя дугами, сходящимися въ точкахъ ихъ касанія.

Смѣшанный отдѣлъ.

1125. Сколько прямыхъ можно провести между n точками, если никакія три изъ нихъ не лежатъ на одной прямой?

1126. Въ сколькихъ точкахъ пересѣкаются между собой n окружностей, если каждая изъ нихъ пересѣкаетъ каждую изъ остальныхъ?

1127. Если число сторонъ многоугольника увеличить въ a разъ, то число всѣхъ діагоналей, выходящихъ изъ одной его вершины, увеличится на m. Опредѣлить число сторонъ многоугольника.

1128. Въ треугольникѣ ABC на сторонѣ BC взята точка D такъ, что $\angle DAC=\angle DAB$. Зная, что $\angle ABC=\frac{3}{4}d$ и $\angle ADC=\frac{9}{8}d$, опредѣлить углы треугольника ABC.

1129. Въ треугольникѣ ABC сторона AB продолжена за вершину B и проведена биссектрисса внѣшняго угла CBD, пересѣкающая продолженіе стороны AC въ точкѣ E. Оставляя основаніе AC постояннымъ, измѣняютъ стороны AB и BC такъ, что точка E удаляется въ безконечность. Найти предѣлъ, къ которому стремится отношеніе $AE:CE$.

1130. Въ окружности радіуса $R=4$ см. проведена хорда, стягивающая дугу въ 210°. Опредѣлить длину этой хорды.

1131. На катетахъ a и b прямоугольнаго треугольника, какъ на діаметрахъ, описаны полуокружности. Опредѣлить разстояніе между точками пересѣченія этихъ окружностей, если катеты соотвѣтственно равны 5 см. и 12 см.

1132. Опредѣлить стороны прямоугольнаго треугольника, если перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла на гипотенузу, равенъ h, а разстояніе отъ вершины прямого угла до точки пересѣченія биссектриссы остраго угла съ противоположнымъ катетомъ равно m.

1133. Стороны треугольника ABC суть: $AB=39$ см., $BC=16$ см. и $AC=25$ см. Вычислить высоту, медіану и биссектриссу внутренняго и внѣшняго угла для вершины A.

1134. Въ окружности проведены двѣ пересѣкающіяся хорды. Одна изъ нихъ въ точкѣ пересѣченія дѣлится на части a и b, а другая — въ крайнемъ и среднемъ отношеніи. Опредѣлить отрѣзки второй хорды.

1135. Двѣ хорды пересѣкаются внутри окружности подъ прямымъ угломъ. Одна изъ нихъ дѣлитъ меньшую дугу, стягиваемую другой хордой, въ отношеніи $1:2$, а вторая дѣлитъ меньшую дугу, стягиваемую первой, въ отношеніи $1:3$. Опредѣлить дуги, стягиваемыя этими хордами.

1136. Двѣ окружности, радіусы которыхъ соотвѣтственно равны 2,5 см. и 6 см., пересѣкаются такъ, что касательныя въ одной изъ точекъ ихъ пересѣченія взаимно перпендикулярны. Опредѣлить разстояніе между центрами этихъ окружностей.

1137. Стороны треугольника a, b и c. Изъ вершины угла, противолежащаго сторонѣ a, проведена прямая, дѣлящая сторону a въ отношеніи $m:n$. Опредѣлить длину отрѣзка этой прямой, заключеннаго внутри треугольника.

1138. Биссектрисса одного изъ угловъ треугольника равна 24 дюйм., а части, на которыя она дѣлитъ противолежащую этому углу сторону, равны соотвѣтственно 12 дюйм. и 27 дюйм. Опредѣлить стороны треугольника.

1139. Изъ вершины квадрата, внутри его, проведены двѣ прямыя, раздѣляющія уголъ на три равныя части и пересѣкающія одну изъ діагоналей квадрата. Опредѣлить длину полученныхъ отрѣзковъ діагонали, если сторона квадрата$=a$.

1140. Въ треугольникѣ даны стороны a и b. Опредѣлить третью сторону, если извѣстно, что медіаны данныхъ сторонъ пересѣкаются подъ прямымъ угломъ.

1141. Въ треугольникѣ даны стороны a и b. Изъ точки пересѣченія медіанъ треугольника опущены перпендикуляры на данныя стороны.

Опредѣлить длину каждаго изъ этихъ перпендикуляровъ, если сумма ихъ равна m.

1142. Стороны треугольника равны 15,6 дцм., 14 дцм. и 4 дцм. Отрѣзки высотъ, заключенные между точкой ихъ пересѣченія и вершинами треугольника, раздѣлены пополамъ, послѣ чего черезъ полученныя такимъ образомъ три точки проведена окружность. Опредѣлить радіусъ этой окружности.

1143. Около равнобедреннаго треугольника ABC, въ которомъ $AB=BC=a$, описана окружность. Черезъ вершину B треугольника проведена хорда $AM=m$, пересѣкающая основаніе AC треугольника въ точкѣ N. Опредѣлить длину BN.

1144. Опредѣлить радіусъ окружности, вписанной въ прямоугольный треугольникъ, въ которомъ $c=37$ см., а $b=12$ см.

1145. Высоты треугольника равны h_a, h_b и h_c. Опредѣлить радіусъ вписанной въ треугольникъ окружности.

1146. Опредѣлить радіусъ описанной около треугольника окружности, зная высоту h_a, медіану m_a и биссектрису β_A, выходящія изъ вершины A треугольника.

1147. Стороны треугольника равны a, b и c. Стороны b и c служатъ касательными къ окружности, центръ которой лежитъ на сторонѣ a. Опредѣлить радіусъ этой окружности.

1148. Двѣ окружности, радіусы которыхъ R и r, касаются другъ друга внѣшне. Къ окружностямъ проведена внѣшняя касательная, точки касанія которой соединены съ точкой касанія окружностей. Опредѣлить видъ и стороны образовавшагося треугольника.

1149. Опредѣлить боковую сторону равнобедренной трапеціи, въ которой большее основаніе a равно діагонали, а разность между основаніями равна m.

1150. Трапеція, непараллельныя стороны которой b и d, дѣлится діагональю на два подобныхъ между собой треугольника. Опредѣлить высоту трапеціи, если извѣстно, что отрѣзокъ прямой, заключенный между непараллельными сторонами трапеціи и дѣлящій ее на двѣ подобныя между собой части, равенъ m.

1151. Стороны трапеціи равны a, b, c, и d (a и c — основанія трапеціи). Опредѣлить длину отрѣзка прямой, соединяющей средины основаній.

1152. Найти зависимость между сторонами равнобедренной трапеціи, если извѣстно, что прямыя, соединяющія средины смежныхъ ея сторонъ, образуютъ квадратъ (обозначить основанія трапеціи черезъ a и c, а боковую сторону черезъ b).

1153. Трапеція вписана въ окружность. Большее изъ ея основаній есть діаметръ, а меньшее — сторона правильнаго десятиугольника, вписаннаго въ ту же окружность. Опредѣлить діагонали этой трапеціи, если радіусъ окружности равенъ $R=40$ см.

1154. Въ окружность вписана трапеція, основанія которой равны 43 см. и 22 см., а высота равна $13\frac{1}{3}$ см. Опредѣлить радіусъ этой окружности.

1155. Опредѣлить разстояніе центровъ окружностей вписанной и описанной около равнобедренной трапеціи, основанія которой 26 см. и 10 см., а высота 12 см., если центръ описанной окружности лежитъ на большемъ основаніи этой трапеціи.

1156. Четыреугольникъ $ABCD$ вписанъ въ окружность. Сторона $AD=a$; діагональ $AC=b$, а стороны AB и BC равны соотвѣтственно половинамъ сторонъ AD и DC. Опредѣлить сторону BC.

1157. Во вписанномъ четыреугольникѣ $ABCD$ даны стороны $AB=a=15$ см., $AD=b=5$ см., $DC=c=8$ см. и $BC=d=13$ см.; стороны a и c продолжены до ихъ взаимнаго пересѣченія въ точкѣ E. Опредѣлить периметръ треугольника EAD.

1158. На окружности отмѣчены послѣдовательно четыре точки: A, B, C и D и соединены другъ съ другомъ. Дано: $AB=a$, $AC=b$, $AD=c$ и уголъ ABD опирается на дугу въ 240°. Опредѣлить BC.

1159. Изъ точки, взятой внутри угла въ 120°, опущены перпендикуляры на его стороны. Основанія этихъ перпендикуляровъ отстоятъ отъ вершины угла соотвѣтственно на a и b. Опредѣлить разстояніе точки отъ вершины угла.

1160. Въ правильномъ пятиугольникѣ со стороной a проведены изъ всѣхъ его вершинъ всѣ діагонали. Опредѣлить периметръ многоугольника, вершины котораго лежатъ въ точкахъ пересѣченія діагоналей.

1161. По сторонѣ a_{10} правильнаго десятиугольника опредѣлить длину перпендикуляра, опущеннаго изъ конца стороны на радіусъ, проходящій черезъ другой конецъ той же стороны.

1162. Внутри угла ABC взята точка M, изъ которой опущенъ перпендикуляръ $MD=36$ дюйм. на сторону BC угла; отрѣзокъ BD, образованный этимъ перпендикуляромъ на сторонѣ BC, равенъ 27 дюйм., а разстояніе точки пересѣченія этого перпендикуляра съ биссектриссой

угла ABC отъ точки D равно 18 дюйм. Опредѣлить радіусъ окружности, проходящей черезъ точку M и касающейся сторонъ даннаго угла.

1163. Три окружности равныхъ радіусовъ, каждый изъ которыхъ $r=10$ метр., касаются другъ друга внѣшне. Опредѣлить радіусъ окружности, касательной къ этимъ окружностямъ.

1164. На діаметрѣ полуокружности, радіусъ которой R, построены двѣ равныя полуокружности, а внутрь фигуры, ограниченной этими тремя полуокружностями, вписана окружность. Найти отношеніе радіуса этой окружности къ радіусу равныхъ окружностей.

1165. Три окружности радіусовъ r, r_1 и r_2 взаимно касаются другъ друга внѣшне. Опредѣлить радіусъ окружности, проходящей черезъ точки касанія данныхъ окружностей.

1166. Стороны треугольника выражаются тремя послѣдовательными числами, а число, выражающее периметръ, вдвое меньше числа, выражающаго площадь этого треугольника. Опредѣлить стороны и видъ треугольника.

1167. Въ квадратѣ построенъ равносторонній треугольникъ такъ, что его вершины лежатъ на сторонахъ квадрата, причемъ одна вершина его находится на срединѣ стороны квадрата. Опредѣлить отношеніе площади треугольника къ площади квадрата.

1168. Въ треугольникѣ, въ которомъ $b : h_b = m : n$, вписанъ квадратъ. Опредѣлить отношеніе площади треугольника къ площади квадрата.

1169. Опредѣлить длину каждой изъ сторонъ треугольника, площадь котораго равна 1344 кв. м., если отношеніе сторонъ равно $13 : 14 : 15$.

1170. Внутри треугольника ABC со сторонами a, b и c взята точка O и соединена съ вершинами A, B и C. Опредѣлить длину отрѣзковъ AO, BO и CO, если извѣстно, что площади треугольниковъ AOB, BOC и AOC относятся между собой, какъ $m : n : p$.

1171. Въ треугольникъ, стороны котораго a, b и c, вписана окружность. Опредѣлить площадь треугольника, вершины котораго находятся въ точкахъ касанія окружности со сторонами треугольника.

1172. Опредѣлить площадь ромба по сторонѣ a и отношенію діагоналей $m : n$.

1173. Діагонали параллелограмма 20 см. и 15 см., а одна изъ его высотъ 12 см. Опредѣлить стороны параллелограмма. (2 случая.)

1174. Высоты параллелограмма h и h_1. Опредѣлить высоту равновеликой параллелограмму трапеціи, основаніями которой служатъ неравныя стороны параллелограмма.

1175. Выразить въ градусахъ и доляхъ его дугу кругового сектора, если длина этой дуги равна $\frac{2}{3}$ діаметра окружности.

1176. Окружность вписана въ равносторонній треугольникъ со стороной $a=6$ дм. Опредѣлить площадь, содержащуюся между окружностью и контуромъ треугольника.

1177. Внутри окружности, на разстояніи $m=1{,}95$ м. другъ отъ друга, проведены двѣ параллельныя хорды, соотвѣтственно равныя $a=2$ м. и $b=0{,}7$ м. Опредѣлить площадь круга.

1178. Опредѣлить площадь кольца, заключающагося между двумя концентрическими окружностями, зная, что площадь меньшаго круга равна K_1, а разность радіусовъ окружностей$=d$.

1179. Центры двухъ окружностей, описанныхъ радіусомъ $r=18$ см., находятся другъ отъ друга на разстояніи, равномъ радіусу r. Опредѣлить площадь, общую обоимъ кругамъ.

1180. Катеты прямоугольнаго треугольника $a=6$ см. и $b=8$ см. Окружность, пересѣкающая катетъ a въ его срединѣ, касается средины гипотенузы. Опредѣлить площадь полученнаго круга.

1181. Дана полуокружность AMB радіуса r и хорда CD, параллельная діаметру AB, и равная радіусу полуокружности. Опредѣлить площадь фигуры, ограниченной отрѣзками AB и CD и дугами AC и BD.

1182. Опредѣлить центральный уголъ кругового сектора, площадь котораго равна площади квадрата съ діагональю, составляющей радіуса дуги сектора.

1183. Внутри окружности радіуса r проведена хорда, длина которой m. Опредѣлить площадь образовавшагося сегмента, если длина дуги, стягиваемой данной хордой, равна n.

1184. На сторонахъ ромба, какъ на діаметрахъ, описаны полуокружности (внутри ромба). Опредѣлить площадь образовавшейся розетки, если сторона ромба a, а одинъ изъ его острыхъ угловъ $60°$.

ОТВѢТЫ.

1. Одинъ. **2.** 2, 3, 4... $(n-1)$ отрѣзковъ. **3.** На прямой произвольной длины отъ любой ея точки отложить первый изъ данныхъ отрѣзковъ; отъ конца этого отрѣзка на той же прямой отложить второй данный отрѣзокъ и т. д. Разстояніе между первой взятой точкой и послѣдней выразитъ длину отрѣзка, представляющаго сумму данныхъ отрѣзковъ. **4.** На прямой неопредѣленной длины отъ произвольно взятой на ней точки отложить тотъ изъ данныхъ отрѣзковъ, длину котораго принимаемъ за уменьшаемое; отъ конца полученнаго отрѣзка прямой вдоль этой прямой влѣво отложить второй изъ данныхъ отрѣзковъ. Разстояніе между первой взятой точкой и послѣдней выразитъ длину отрѣзка, представляющаго разность двухъ данныхъ отрѣзковъ. **5.** a) 17 см., b) 9 см. **6.** См. рѣшеніе зад. 3. **7.** 21 см. **8.** 2 фут. 2 д. и 4 ф. 8 д. **9.** a) 15 см. b) 5 см. **10.** 11 фут. 6 дюйм. **11.** 47 см. и 16 см. **12.** 11 см. **13.** 15 см. **14.** 5 см. и 3 см. **15.** 7 саж. **16.** $AB=7$ см., $BC=10$ см., $MC=25$ см., $NA=26$ см. **17.** 20 см., 40 см. и 10 см. **18.** 8 см. и 22 см. **19.** 1 арш. 2 верш.; 3 ар. 3 в. и 1 ар. 2 в. **20.** 18 см. и 9 см. **21.** a) 5,85 м. и 3,35 м. b) 3 м. 45 см. и 95 см. **22.** 5 см. **23.** 12 см. и 8 см. **24.** 42 см., 21 см. и 14 см. **25.** 1 : 7. **26.** 674,73 версты. **27.** a) $\frac{11}{6}d$, b) d. **28.** $\frac{4}{11}d$. **29.** $\frac{d}{4}$; $\frac{3d}{4}$. **30.** $\frac{2}{5}d$. **31.** $1{,}2\,d$. **32.** $1\frac{2}{7}d$. **33.** $1\frac{1}{3}d$. **34.** $\frac{2}{3}d$. **35.** $\frac{1}{3}d$. **36.** d; $2d$; $1\frac{2}{3}d$; $1\frac{1}{3}d$; 0; $\frac{1}{2}d$; $\frac{1}{4}d$; $2\frac{2}{9}d$. **37.** a) 12; b) 9. **38.** $\frac{d}{4}$. **39.** $\frac{d}{3}$. **40.** Подъ прямымъ угломъ. **41.** На $\frac{4}{3}d$. **42.** $\frac{1}{3}d$; $\frac{2}{3}d$. **43.** $\frac{d}{3}$; $\frac{2d}{3}$. **44.** a) $\frac{3}{5}d$ и $\frac{7}{5}d$; b) $\frac{7}{12}d$ и $\frac{17}{12}d$; c) $\frac{d}{3}$, $\frac{5}{3}d$; d) $\frac{6}{5}d$ и $\frac{4}{5}d$; e) $\frac{2}{5}d$ и $\frac{8}{5}d$. **45.** $\frac{3}{4}d$. **46.** $\frac{4}{7}d$ и $1\frac{3}{7}d$. **47.** $\frac{8}{15}d$

и $\frac{4}{5}d$. **48.** $0{,}3\,d$, $\frac{1}{2}d$, $0{,}2\,d$. **49.** $\frac{3}{4}d$, $\frac{1}{4}d$ и d. **50.** $\frac{1}{3}d$, $\frac{4}{9}d$, $\frac{5}{9}d$ и $\frac{2}{3}d$. **51.** a) составляютъ одну прямую; b) составляютъ ломаную линію. **52.** a) $\angle OBC=1\frac{3}{5}d$; b) $\angle AOB=\frac{5}{8}d$; c) $\angle BOC=1\frac{3}{8}d$. **53.** $2d$. **54.** $\frac{1}{2}d$ и $\frac{3}{2}d$. **55.** $1{,}6\,d$ и $0{,}4\,d$. **56.** Углы вертикальные. **57.** Двѣ изъ нихъ служатъ продолженіями одна другой. **58.** 12 дм. **59.** a) 46 см., b) 25 см. **60.** 152,6 дцм. **61.** 10 см., 15 см. и 20 см. **62.** a) 20 дм., b) 30 см. **63.** 13 дм., 8 дм. и 15 дм. **64.** 12 см., 12 см. и 8 см., или $9\frac{1}{3}$ см., $9\frac{1}{3}$ см. и $13\frac{1}{3}$ см. **65.** $\frac{1}{6}$. **66a.** 15 см. **66b.** a) 5 см. b) любая. **67a.** a) отъ 5 см. до 15 см.; b) отъ 2 дцм. до 28 дцм. **67b.** a) 10 дцм. и 4 дцм.; b) 19 арш. и 7 арш. c) 38 саж. и 8 саж. **68.** a) возможенъ, b) и c) не возможенъ. **69.** a) возможенъ; b) не возможенъ. **70.** a) возможенъ, b) не возможенъ. **71.** Отъ 1 дм. до 9 дм. **72.** 5 дм., равнобедренный. **73.** a) остроугольный, b) прямоугольный, c) тупоугольный. **74.** 17 арш. **75.** 10 фут. **76.** Между 18 см. и 36 см. **77.** 15 см. **78.** 25 см. **79.** 3,5 дюйм. **80.** 5 ф., 8 ф. и 8 ф. **81.** 3,75 ф. **82.** 18 дм. **83.** 30 дм. **84.** 2 см. **85.** 30 ф. **86.** a) 3; b) 5; c) 3. **87.** 13. **88.** 15. **89.** a) 65; b) 170; c) 594. **90.** 5. **91.** 20. **92.** 14. **93.** 8. **94.** 14. **95.** a) параллельны; b) не параллельны; c) не параллельны; d) параллельны; e) не параллельны; f) не параллельны. **96.** a) $\frac{2}{5}d$; b) $\frac{5}{4}d$. **97a.** a) $\frac{1}{3}d$ и $1\frac{2}{3}d$; b) $\frac{4}{3}d$ и $\frac{2}{3}d$; **97b.** a) $\frac{4}{3}d$; b) $\frac{2}{5}d$ и $\frac{8}{5}d$; c) $\frac{7}{9}d$ и $\frac{11}{9}d$; d) $\frac{5}{9}d$; e) $\frac{2}{5}d$ и $\frac{3}{5}d$. **98.** a) $\frac{2}{3}d$, $\frac{4}{3}d$; b) $\frac{5}{4}d$, $\frac{3}{4}d$. **99.** $\frac{1}{6}d$. **100.** a) $\frac{5}{9}d$; b) $\frac{1}{3}d$. **101.** $\frac{2}{9}d$. **102.** $\frac{4}{9}d$. **103.** $\frac{6}{5}d$. **104.** a) d; b) и c) биссектрисы параллельны между собой. **105.** $\frac{4}{11}d$ и $\frac{18}{11}d$. **106.** 5 см. **107.** 28 см. **108.** 10 см. **109.** $\frac{8}{5}d$, или $\frac{2}{5}d$. **110.** $\frac{7}{6}d$. **111a.** $\frac{12}{7}d$, или $\frac{2}{7}d$. **111b.** $\frac{6}{5}d$. **112.** $\frac{7}{9}d$. **113.** $\angle M=\angle A=\frac{2}{5}d$; $\angle N=\angle C=\frac{4}{15}d$; $\angle P=\angle B=\frac{4}{3}d$. **114.** $\angle P=\angle A=\frac{4}{5}d$; $\angle O=\angle B=\frac{3}{7}d$; $\angle K=\angle C=\frac{27}{35}d$. **115.** $\frac{6}{13}d$. **116.** $\frac{11}{30}d$. **117.** $\frac{1}{3}d$, $\frac{2}{3}d$ и d. **118.** $\frac{1}{2}d$, $\frac{7}{6}d$ и $\frac{1}{3}d$. **119.** $\frac{2}{5}d$, $\frac{2}{3}d$ и $\frac{14}{15}d$. **120.** a) прямо-

угольный, b) тупоугольный и с) остроугольный. **121.** a) равносторонній, b) прямоугольный, с) равнобедренный, d) тупоугольный, e) остроугольный, f) прямоугольный, g) остроугольный, h) тупоугольный, k) равнобедренный, l) тупоугольный, m) прямоугольный и n) остроугольный. **122.** 5 см. **123.** $1\frac{2}{7}d$ и $\frac{5}{7}d$. **124.** $\frac{4}{9}d$ и $\frac{2}{3}d$. **125.** $\frac{3}{4}d$. **126.** Уголъ уменьшится на $\frac{d}{2}$. **127.** $\frac{3}{2}d$. **128.** d. **129.** $\frac{2}{5}d$ и $\frac{4}{5}d$. **130.** $\frac{3}{4}d$ и $\frac{d}{2}$. **131.** Основаніе. **132.** $\frac{8}{7}d$, $\frac{3}{7}d$ и $\frac{3}{7}d$. **133.** $\frac{7}{18}d$. **134.** $\frac{2}{3}d$ и $\frac{7}{12}d$. **135.** $\frac{2}{3}d$, $\frac{1}{2}d$ и $\frac{5}{6}d$. **136.** $\frac{1}{3}d$. **137.** $\frac{3}{4}d$; $\frac{13}{20}d$. **138.** $\angle AOC > \angle ABC$. Соединивъ B съ O, сравниваемъ углы ABO и CBO съ внѣшними углами, полученными отъ продолженія прямой BO за точку O. **139.** $\frac{1}{3}d$. **140.** $\frac{11}{8}d$. **141.** $\frac{3}{8}d$, $\frac{2}{3}d$ и $\frac{23}{24}d$. **142a.** $\frac{d}{2}$. **142b.** $\frac{3d}{2}$. **143.** $\angle A = \angle C = \frac{4}{5}d$, $\angle B = \frac{2}{5}d$. **144.** d. **145.** $\frac{1}{4}d$. *Указаніе.* Медіана гипотенузы прямоугольнаго треугольника равна половинѣ гипотенузы. **146.** $\frac{1}{12}d$. **147.** $\frac{1}{3}d$, $\frac{1}{5}d$, $1\frac{7}{15}d$. **148.** $n-2$. **149.** a) $8d$, b) $12d$, c) $16d$, d) $26d$. **150.** $2d$. **151.** a) 9, b) 17, c) 13, d) невозможенъ (сумма внутреннихъ угловъ многоугольника всегда кратна $2d$). **152.** Суммы одинаковы. **153.** a) $1\frac{3}{5}d$, b) $1\frac{2}{3}d$, c) $\frac{2d(n-2)}{n}$. **154.** $\frac{4}{5}d$, d, $\frac{6}{5}d$, $\frac{7}{5}d$, $\frac{8}{5}d$. **155.** a) въ 14-угольн.; b) въ 7-угольн. **156.** a) увеличится на $6d$; b) увеличится на $16d$. **157.** $\frac{4}{5}d$. **158.** 8 : 7 : 6 : 4 : 2. **159.** a) 12; $1\frac{2}{5}d$; b) 8; 1,5 d; c) 16; d; d) 4; $1\frac{3}{7}d$; e) 11; 0,2d. **160.** a) 17; b) 10. **161.** 12. **162.** На $14d$. **163.** a) 8; b) 5; c) 12; d) 20. **164.** 12. **165.** $2d$. **166.** $\frac{22}{13}d$. **167.** $\frac{5}{12}d$ и $\frac{7}{12}d$. **168.** $\frac{4}{7}d$ и $\frac{10}{7}d$. **169.** $\frac{4}{3}d$ и $\frac{2}{3}d$. **170.** $\frac{2}{3}d$ и $\frac{4}{3}d$. **171.** $\frac{4}{5}d$ и $\frac{6}{5}d$. **172.** 10 фут. и 5 фут. **173.** 20 см. **174.** a) нѣтъ; b) могутъ; c) нѣтъ. **175.** 5 см. **176.** 10 см. и 12 см. **177.** $\frac{4}{3}d$ и $\frac{2}{3}d$. **178.** 1,25 см. **179.** $\frac{4}{3}d$ и $\frac{2}{3}d$. **180.** $\frac{4}{5}d$ и $\frac{6}{5}d$. **181.** $\frac{2}{5}d$ и $\frac{8}{5}d$. **182.** $\frac{2}{3}d$ и $\frac{4}{3}d$. **183.** d.

184. $\frac{10}{7}d$ и $\frac{4}{7}d$. **185.** $\frac{3}{5}d$ и $\frac{2}{5}d$. **186.** $\frac{1}{3}d$ и $\frac{2}{3}d$. **187.** 20 см. и 6 см. **188.** 18 дцм. и 10 дцм. **189.** 12 дюйм. **190.** 2,8 дцм. **191.** a) 0,5d; b) d. **192.** 7 см. **193.** a) 36 см., b) 3 : 4. **194.** 2 фута. **195.** 1 футъ. **196.** 10 см. и 6 см. **197.** 4 дцм. и 8 дцм. **198.** 15 см. **199.** 10 см. и 20 см. **200.** 4,25 см., 4,2 см., 2,9 см. **201.** 6 метр. **202.** 15 см. **203.** 6 см. и 8 см. **204.** 26 см., ромбъ. **205.** 6 дюйм. **206.** a) параллелограммъ или равнобедренная трапеція; b) параллелограммъ. **207.** $\frac{2}{5}d$; $\frac{8}{15}d$. **208.** $\frac{5}{3}d$ и $\frac{1}{3}d$. **209.** 0,5d; 1,5d. **210.** $\frac{13}{15}d$, $\frac{17}{15}d$ и $\frac{49}{45}d$. **211.** 1) и 3)—невозможны; 2) возможны. **212.** 12, 5 см. **213.** 6,5 фута. **213a.** 18 см. и 36 см. **214.** 10 см. и 40 см. **215.** $7\frac{1}{3}$ см. **216.** 11 см., 2 см. и 27 см. **217.** 20 см. и 20 см. **218.** Каждый изъ отрѣзковъ равенъ 5 см.; боковая сторона равна 20 см. **219.** 50 см. **220.** 22 и 7. **221.** $AB : CD = 40 : 31$. **222.** $AB = 34{,}5$ верш., $CD = 8$ верш. **223.** 224 : 41. **224.** Меньшій отрѣзокъ укладывается въ большемъ *одинъ* разъ съ остаткомъ, который укладывается въ меньшемъ отрѣзкѣ 2 раза съ новымъ остаткомъ; этотъ новый остатокъ укладывается въ первомъ остаткѣ 7 разъ съ новымъ остаткомъ, а этотъ послѣдній укладывается въ предыдущемъ ровно 4 раза. **225.** $\frac{9}{29}$ арш. **226.** 3,2 дюйм. **227.** 0,65. **228.** $AB : EF = 48 : 27$; $CD : GH = 28 : 33$. **229.** Не вѣренъ; онъ долженъ быть меньше $\frac{4{,}2}{16}$ см. **230.** 2 и 3. **231.** a) 4 дм.; b) $\frac{1}{4}$ дм. **232.** $\frac{1}{6}$ ф. = 2 дюйм. **233.** 9 вершк., 15 вершк. **234.** 5,2 вершк. **235.** На 6 см. **236.** 10 см. **239.** 8 дм., 12 дм. и 10 дм. **240a.** 2 ф. или 4,5 ф. или $10\frac{8}{9}$ ф. **240b.** 6 см. **241.** 2,2 дюйм. **242.** 3,68 см. **243.** $36\frac{2}{3}$ см. **244a.** 1,5 см. **244b.** a) 2 ф.; b) $6\frac{2}{3}$ см. **245.** a) 3,75 см.; b) 6 см.; c) 4,8 дюйм. **246.** a) 11 : 19 : 23; b) $EF = 4{,}375$ дцм., $FG = 7{,}5$ дцм. **247.** a) не параллельны; b) параллельны. **248.** $BB_1 = 10{,}8$ см., $CC_1 = 9{,}6$ см., $DD_1 = 19{,}2$ см. **249.** $BE = 4\frac{2}{3}$ дюйм., $AF = 9\frac{1}{3}$ дюйм. **250.** $11\frac{2}{3}$ см. **251.** 3 дюйма. **252.** 14 ф. и 4 ф. **253.** a) подобны, b) нѣтъ, c) подобны. **254.** 1) $c = 6{,}9$ дм., $a_1 = 4{,}1$ дм.; 2) $b = 32{,}9$ см.,

c=54,3 см., b_1=9,87 см., c_1=16,29 см., 3) a=18 дм., b=15 дм., c=9 дм., a_1=6 дм. b_1=5 дм., c_1=3 дм. **255.** 1) 7 см.; 5 см.; 2) 7 дм.; 12 дм.; 3) 0,9 ф.; 1,7 ф. **256.** 117,9 дм. и 39,3 дм. **257.** Три рѣшенія: 12 см., 18 см. и 24 см. или 8 см., 12 см. и 16 см. или 6 см., 9 см. и 12 см. **258.** 7,4 см.; 8,2 см.; 13,6 см. **259.** 9 см.; 17,1 см.; 13,2 см. **260.** 1) 90,2 саж., 2) 65,6 метр. **261.** a) 2, 2, 4; b) 15,18, 21. **262.** 5,75 дм., 6,5 дм., 8 дм. **263.** 35 дцм., 21 дцм. **264.** 12 см., 64 см. **265.** 8,8 дм.; 11,4 дм. и 6 дм. **266.** 4 см.; 4,4 см. **267.** 16 дм.; 18 дм.; 20 дм. и $12\frac{4}{9}$ дм., 14 дм., $15\frac{5}{9}$ дм. **268.** 64,8 см., 64,8 см. и 56,7 см. **269.** 3,5 см. **270.** a) нѣтъ, b) подобны, при условіи пропорціональности отрѣзковъ, на которые сходственныя стороны дѣлятся соотвѣтствующими высотами. **271.** 5,1 ф.; 3,9 ф.; 4,8 ф. **272.** 11,9 см.; 11,2 см. **273.** 40 дцм. и 15 дцм. **274.** 9 дм. и 6 дм. **274a.** 4 см. **275.** 2,5 см. **276.** 18 см. **277.** 14,3 дм. **278.** 12,4 см. **279.** 8 : 9. **280.** 13,2 дм. **281.** 2 см. **282.** 3 ф. **283.** 45 дм., 30 дм. и 45 дм.; 15 дм., 10 дм. и 15 дм. **284.** 7,8 фут. **285.** 18 дм., 10 дм. **286.** A_1B_1=0,74 дм., B_1C_1=0,71 дм.. A_1C_1=0,78 дм. **287.** AB=176 саж., BC=84 саж., AC=68 саж. **288.** 1 : 1680. **289.** $\frac{bm}{a}$=6 см. **290.** 15 см. **291.** 1) 3 : 4. 2) 12 см., 16 см. **292.** 21,6 дцм. **293.** 1,8 дм. **294.** 74 дм. **295.** 8 см., 10 см. **296.** 23 дм. **297.** $\frac{ah}{a+h}$=2,4 см. **298.** $\frac{mah}{mh+na}$=2 дм.; $\frac{nah}{mh+na}=1\frac{1}{3}$ дм. **299.** $6\frac{2}{3}$ дм. **300.** 4,8 см., 7,2 см. **301.** 9,6 дм. **302.** $a:b=3:4$. **303.** 10 дм. **304.** $11\frac{1}{24}$ см. и $12\frac{23}{24}$ см. **305.** 4 и 8 см. **306.** $\sqrt{\frac{ab}{2}}$=12 см.; 24 см. **307.** $\frac{an}{m-n}$ = 6 дюйм. **308.** 42 дм. **309.** 2,5 см. и 10 см. **310.** a) $a:b=5:4$; b) $\frac{ah}{a+b}$=5 см.; $\frac{bh}{a+b}$=4 см. **311.** $\frac{ab}{a+b}$=3,6 дм. **312.** $\frac{am+bn}{m+n}$ = 5,4 см. **313.** 70 см. **314.** a) всѣ квадраты подобны между собою; b) углы ромбовъ должны быть соотвѣтственно равны; c) сходственныя стороны прямоугольниковъ должны быть пропорціональны; d) углы многоугольниковъ должны

быть соотвѣтственно равны, число сторонъ одинаково и сходственныя стороны — пропорціональны. **315.** CD=4,8 дм., AD=7,2 дм., DE=5,76 дм., AE=8,64 дм. **316.** 0,9 дцм., 1,2 дцм., 1,5 дцм., 0,6 дцм. **317.** 12,6 дм. **318.** 5,625 метр. **319.** 25 см. и 15 см. **320.** 7 фут. и 5 фут. **321.** 2,8 см.. 5,6 см., 6 см. **322.** 22,4 см. и 57 см. **323.** 16 дм., 12 дм., 18 дм., 24 дм., 30 дм. **324.** 0,75 см., 1,5 см., 3,75 см., 6 см. **325.** a) не можетъ; b) можетъ. **326.** Если $a > b$, то меньшая сторона $=\frac{b^2}{a}$=7,2 см.; 12,8 см. **327.** 26,4 см. **328.** 10,2 см. **329.** 5 дм. **330.** $\sqrt{ab}$=6 дм. **331.** a) 18 см. и 27 см.; b) 2,5 дм. и 3,5 дм.; c) 34,72 верш. и 20,8 верш. **332a.** Нѣтъ. **332b.** Будетъ. **333.** 56 верш., 84 верш.. 45 верш. **334.** 30 см., 40 см., 42 см. **335.** 36 см., 42 см., 39 см. **336.** 22 дм. **337.** 41,6 см. **338.** 36 дцм. **339.** 16 дм., 24 дм., 22,4 дм. **340.** 21 дм., 15,75 дм., 35 дм. **341.** Ромбъ; 60 см. **342.** $87\frac{3}{11}$ см. **343.** $\frac{bn}{m-n}$=8 верш. **344.** 3 : 2. **345.** 9 : 16. **346.** 1 : 4. **347.** 0,6 см. **348.** 6,25 см. **349.** $7\frac{1}{17}$ см. **350.** 4,16 см. и 2,34 см. **351.** 40 см. и 32 см. **352.** 3 см. и $1\frac{7}{9}$ см. **353.** 25 см. **354.** $6\frac{2}{3}$ см. и 4 см. **355.** $\frac{a^2}{n}$=51,2 см. **356.** 15 м.; 20 м. и 25 м. **357.** 12 дм.; 16 дм. и 20 дм. **358.** 25 см., 20 см. и 15 м. **359.** 18 см. и 24 см. **360.** 6,4 см., 4 см. и 4,9 см.; или 5 см. 4 см. и 3 см. **361.** a) будетъ, b) не будетъ. **362.** a) 5 см., b) 41 дм., c) 34 вершк., d) 8,5 арш., e) $4\frac{1}{4}$ метр., f) 51 дцм. **363.** a) 4 саж., b) 12 ф., c) 8 см. d) 8 саж., e) 2 саж. 6 фут., f) 4 метр. **364.** 43,8 см. и 58,4 см. **365.** 20 см. и 21 см. **366.** 12 см.; 13 см. **367.** 37 см.; 35 см.; 12 см. **368.** $a\sqrt{2}$=4,23 см. **369.** $\frac{d\sqrt{2}}{2}$=5,96 см. **370.** $\frac{p}{2}(1+\sqrt{5})$=58,25 см. **371.** 25 см.; 60 см. **372.** 12 см. **373.** 37 см. **374.** 41 см. **375.** 40 дюйм. **376.** 60 см. **377.** $\frac{p^2-h_a^2}{p}$; $\frac{p^2+h_a^2}{2p}$. **378.** 5,935 метр.; 10,26 метр. **379.** 8,15 см. **380.** 3,25 см. **381.** 1,3 см. **382.** 16,95 см. и 33,25 см. **383.** Уменьш. на 6,63 см. (приблизит.). **384.** 0,58 дцм. **385.** 16,25 см. и 19,05 см.

386. $2p(\sqrt{2}-1)$ и $p(2-\sqrt{2})$. **387.** $\frac{p^2+(p-a)^2}{2p-a}=13$ см.

388. 14 см. и 48 см. **389.** $\frac{p}{n}(m+n-\sqrt{m^2+n^2})$; $\frac{p}{m}(m+n-\sqrt{m^2+n^2})$; $\frac{2p\sqrt{m^2+n^2}}{m+n+\sqrt{m^2+n^2}}$. **390.** $2\sqrt{\frac{4m_b^2-m_a^2}{15}}$; $2\sqrt{\frac{4m_a^2-m_b^2}{15}}$. **391.** $\sqrt{\frac{c^2-m_a^2}{3}}$. **392.** 47,4 см.

393. 15 см.; 20 см. и 25 см. **394.** 1) остроугольный, 2) тупоугольный, 3) невозможенъ, 4) прямоугольный.
395. 1) a) $\sqrt{74}>c>\sqrt{24}$; b) $12>c>\sqrt{74}$; 2) a) $\sqrt{97}>c>\sqrt{65}$; b) $13>c>\sqrt{97}$; 3) a) $\sqrt{164}>c>6$; b) $18>c>\sqrt{164}$.
396. 2,7 см. **397.** 4,9 см.; 49 см. **398.** $\sqrt{a^2+b^2-2am}=7{,}96$ см.
399. $a(\sqrt{3}-1)=7{,}3$ см. **400.** 4,675 метр. и 8,325 метр.
401. 0,26 см. **402.** $b=m+n=14$ см.; $a=\frac{m^2-n^2+d^2}{2d}=15$ см.; $c=\frac{m^2-n^2-d^2}{2d}=13$ см. **403.** $h_a=\frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a}=1{,}18$ см.; $h_b=\frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{b}=0{,}89$ см.; $h_c=\frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{c}=0{,}66$ см., гдѣ $2p=a+b+c$. **404.** $\frac{\sqrt{ab(a+b+c)(a+b-c)}}{a+b}=2{,}52$ см.
405. $\sqrt{c^2+ab}=2{,}75$ см. **406.** 6 см. **407.** 4 см. **408.** $\sqrt{a^2+b^2+ab}=13$ см.
409. $\frac{c^2-a^2-b^2}{2a}$ и $\frac{a^2+c^2-b^2}{2a}$; 2,3 см. и 7,94 см.; $\frac{c^2-a^2-b^2}{2b}$ и $\frac{b^2+c^2-a^2}{2b}$; 1,57 см. и 9,87 см.; $\frac{b^2+c^2-a^2}{2c}$ и $\frac{c^2-b^2+a^2}{2c}$; 7,28 см. и 3,98 см.; треугольникъ тупоугольный при вершинѣ C.
410. 2 см. и 8 см. **411.** $\sqrt{\frac{d_1^2+d_2^2-2a^2}{2}}=11{,}2$ см.
412. $\sqrt{2(a^2+b^2)-d_1^2}=9$ дюйм. **413.** $m_a=\sqrt{\frac{2(b^2+c^2)-a^2}{2}}=8$ см., $m_b=\sqrt{\frac{2(a^2+c^2)-b^2}{2}}=15$ см.; $m_c=\sqrt{\frac{2(a^2+b^2)-c^2}{2}}=7{,}45$ см.
414. 4,5 см. **415.** $\frac{2}{3}\sqrt{2(m_b^2+m_c^2)-m_a^2}=25{,}31$ см.; $\frac{2}{3}\sqrt{2(m_a+m_c^2)-m_b}=19{,}8$ см.; $\frac{2}{3}\sqrt{2(m_a^2+m_b^2)-m_c^2}=14{,}3$ см.

416. 35 см. **417.** a) 8 см., b) 38 см. **418.** 11 дюйм. **419.** 0,7 дцм.
420a. a) нѣтъ, b) да. **420b.** 24,6 см. **420c.** a) невозм., b) да, c) нѣтъ. **421.** 5 см. **422.** первая. **423.** 41,2 см.
424. $\frac{1}{6}$. **425.** 8,5 см. **426.** a) нѣтъ; b) да. **427.** 80 дцм. и 60 дцм.
428. 13,5 вершк. **429.** 15 см. **430.** 17 фут. **431.** 29 см.
432. 24 дюйм. **433.** 30 вершк. **434.** 2 дюйм. **435.** 34 см.
436. 6 фут. **437.** 37 дцм. **438.** 28 см. **439.** $\frac{\sqrt{(c^2-b^2-a^2)^2-4a^2b^2}}{2a}$.
440. 21 верш. **441.** 13 см. **442.** $2m=38$ см. **443.** 52 см.
444. a) 13 см.; b) 3 см. **445.** 18,5 дюйм. и 23,5 дюйм.
446. a) одна внѣ другой; b) одна внутри другой. **447.** a) внѣшне касаются; b) внутренне касаются. **448.** a) пересѣкаются; b) концентрическія. **449.** Одна лежитъ внутри другой.
450. a) больше 57 см., b) меньше 33 см., c) меньше 57 см. и больше 33 см., d) равно 57 см., e) равно 33 см. **451.** Разстояніе d заключается между 12,8 см. и 20 см., т.-е. можетъ быть равно 13; 14; 15; 16; 17; 18 и 19 см. **452.** Окружности пересѣкаются. **453.** 9,138 м. **454.** $\sqrt{r^2+r_1^2}=30\frac{1}{3}$ саж.
455. $\frac{\sqrt{(2dr)^2-(d^2+r^2-r_1^2)^2}}{d}=34\frac{1}{3}$ фут. **456.** a) 5 см., b) 7,5 см.
457. 12,5 арш. и 25 арш. **458.** 10 см. и 25 см. **459.** 50 фут.; $53\frac{1}{3}$ ф. и $63\frac{1}{3}$ ф. **460.** 18 д., 13 д. и 10 д. **461.** 3,5 см. 6,5 см. и 8,5 см.
462. 17 : 35. **463.** 115 : 36. **464.** 15 : 7. **465.** 49 : 11.
466. a) 87°; b) 152°; c) 146°46′19″. **467.** a) 49°30′; b) 114°47′58″.
468. a) 27°2′; b) 64°56′15″; c) 140°2′40″. **469.** a) 45°; 30°; 22°30′; 18°; 15°; 11°15′; 9°; b) 90°; 60°; 45°; 36°; 30°; 22°30′; 18°; c) 135°; 90°; 67°30′; 54°; 45°; 33°45′; 27°; d) 60°3′; 40°2′; 30°1′12″; 24°1′12″; 20°1′; 15°45″; 12°36″; e) 30°15′9″; 20°10′6″; 15°7′34,″5; 12°6′3,″6; 10°5′3″; 7°33′47,″25; 6°3′1,″8. **470a.** $\frac{1}{360}$; $\frac{1}{360.60}$; $\frac{1}{360.60.60}$. **470b.** $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{24}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{32}$. **471.** 140° и 220°.
472. 40°; 60°; 100°; 160°. **473.** 30°. **474.** 119°55′12″ и 179°52′48″.
475. 90°. **476.** 67°21′. **477.** 132°41′. **478.** 120° и 240°.
479. 6,8 см.; 5,88 см. **480.** 10 см. **481.** a) возможенъ, b) невозможенъ. **482.** a) 89°, b) 91°. **483.** 60°; 96°; 24°.

484. 100°40′. **485.** 18°14′; 75°47′; 85°59. **486.** 44°16′. **487.** a) 40° и 100°; b) 69°45′ и 40°30′. **488.** a) 27° и 63°, b) 24°18′ и 65°42′. **489.** Стороны тр-ка будутъ 3,8 см. и 2,6 см., а уголъ между ними 85°. **490.** 36°18′27″. **491.** 48°23′37″,5 **492.** 41°8′7″. **493.** 62°18′13″. **494.** 9°22′30″. **495.** 64°36′18″. **496.** 108°. **497.** 120°. **498.** 0,04. **499.** 32°40′24″. **500.** 86°24′. **501.** a) 90°, b) 60° и 120°; 45° и 135°; $\frac{180^\circ}{n}$ и $\frac{180^\circ n}{n+1}$; c) $\frac{180.^\circ m}{m+n}$ и $\frac{180.^\circ n}{m+n}$. **502.** 25°55′53″ или 58°24′7″. **503.** 37°30′ и 52°30′. **504.** 9,5 вершк. **505.** 90°. **506.** 180°. **507.** 31°9′ и 15°7′. **508.** 36°36′41″. **509.** 158°24′. **510.** 60°. **511.** 103°26′30″. **512.** 27°30′30″. **513.** 24°; 36°; 48°; 72°. **514.** 84°22′30″ и 95°37′30″. **515.** 80°. **516.** каждая часть равна 16°5′. **517.** 124°32′30″. **518.** 40°30′4″,5 и 67°30′7″,5. **519.** 73°52′. **520.** 114°34′. **521.** 204°49′6″. **522.** 79°18′. **523.** 80°. **524.** 49°30′ **525.** 90°. **526.** 58°. **527.** $\gamma^\circ+\frac{\alpha^\circ-\beta^\circ}{2}$; $\gamma^\circ-\frac{\alpha^\circ-\beta^\circ}{2}$. **528.** 144° и 108°. **529.** 11°40′8″. **530.** 86°10′24″,5. **531.** 43°28′. **532.** 40°. **533.** 53°40′36″ и 306°19′23″. **534.** 58°34′24″. **535.** 42°16′14″. **536.** 72°21′50″,5. **537.** 32°7′. **538.** 215° и 145°. **539.** 60°; 100° и 20°. **540.** 82°14′. **541.** 95°30′. **542.** 56 см. **543.** 60°. **544.** 143°45′. **545.** 31°42′. **546.** 152°43′ и 27°17′. **547.** 45°15′. **548.** 26°41′40″. **549.** 26°10′. **550.** 12°40′. **551.** a) 72°; b) 10°. **552.** 54°12′30″ и 23°32′30″. **553.** 7°15′. **554.** 109°8′. **555.** 28°28′. **556.** $\smile BE=85^\circ 32'$. **557.** $\frac{a}{D}\sqrt{D^2-a^2}=14{,}4$ см. **558.** $\sqrt{4r^2-a^2}=$ $=12{,}49$ см.; $\frac{a^2}{2r}=7{,}2$ см.; $\frac{4r^2-a^2}{2r}=12{,}8$ см. **559.** $\sqrt{p(D-p)}=$ $=9{,}8$ см. **560.** $AD=9$ см., $AC=9{,}5$ см. **561.** 1,625 метр. **562.** $\frac{2mnr}{m^2+n^2}=4\frac{8}{13}$ дцм. **563.** 3 см., 10 см., 5 см., 12 см. **564.** 25 м. и 18,675 м. **565.** $\frac{d^2}{2\sqrt{d^2-h^2}}=16{,}9$ см. **566.** 14,7 фут. **567.** 2,4 см. **568.** 40 дм. и 15 дм. **569.** 50 фут. **570.** 24 верш. **571.** 5,35 дцм. **572.** $\sqrt{m-r^2}=5$ см. **573.** $(m+n)\sqrt{\frac{r^2-d^2}{mn}}=$ $=8{,}65$ см.; $(p+q)\sqrt{\frac{r^2-d^2}{pq}}=17{,}2$ см. **574.** 26 дм., 16 дм., 14 дм. **575.** 12,5 см., 17,5 см. **576.** 8 см. **577.** 18 см.

578. 18 см. **579.** 10 дцм. и 20 дцм. **580.** 13,5 саж. **581.** 32 см. и 20 см. **582.** 7 см. **583.** 33,66 фут. **584.** $39\frac{6}{7}$ фут. и $53\frac{1}{7}$ фут. **585.** 5,4 дм. **586.** 7,2 см. **587.** $10\frac{67}{\text{[illegible]}}$ фут. **588.** $162\frac{2}{3}$ фут. **589.** 9 см. **590.** 18,9 см. **591.** 13,68 см. **592.** 8,54 дцм. и 10,94 дцм. **593.** $\frac{m}{2}(-1\pm\sqrt{5})$; 1,24 метр., 0,76 метр. **594.** $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ и $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$. **595.** $\frac{a}{2}(\sqrt{5}-1)=24{,}8$ см. **596.** $\frac{c}{2}(\sqrt{5}-1)=16{,}12$ см. **597.** $c\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}=8{,}5$ см.; $c\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}=5{,}2$ см. **598.** $\frac{a^2}{\sqrt{4a^2-b^2}}=$ $=3{,}125$ метр. **599.** $\frac{ac}{2h}=30$ см. **600.** $BC=\frac{2rh_c}{b}=13$ дм.; $AB=\sqrt{b^2-h^2_c}+\frac{h_c}{b}\sqrt{4r^2-b^2}=14$ дм. **601.** 5 дцм. **602.** $\sqrt{r^2_1+r^2_2}=$ 13 см. **603.** $\frac{2r(a-r)}{a-2r}=12$ см.; $\frac{(a-r)^2+r^2}{a-2r}=13$ см. **604.** $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}=$ $=2{,}55$ см. **605.** 14,93 см. **606.** $\frac{4}{5}R\sqrt{5}=89{,}6$ см.; 89,6 см.. $\frac{8}{5}R=80$ см. **607.** 1 дцм. **608.** $2\frac{7}{24}$ фут. **609.** Разстояніе центровъ окружностей равно разности между суммой радіусовъ этихъ окружностей и высотой треугольника; $\frac{a(ab+b^2-2a^2)\sqrt{4a^2-b^2}}{(2a+b)^2(2a-b)}=$ $=1{,}25$ см. **610.** 3,72 см. **611.** $\beta_A=4{,}8$ дм.; **612.** 23,4 см. **613.** $\sqrt{a(a+b)}=15$ дм. **614.** Меньш. катетъ $=\frac{\beta_C{}^2+\sqrt{\beta_C{}^2+8c^2\beta_C{}^2}}{4a}=$ $=3$ дцм., больш. катетъ $=4$ дцм. **615.** $\frac{\beta_A{}^2}{2h_a}\sqrt{\frac{m_a{}^2-h_a{}^2}{\beta_A{}^2-h_a{}^2}}=12{,}68$ см. **616.** a) Можно, b) нѣтъ. **617.** a) Можно, b) нѣтъ. **618.** 141°48′ и 66°23′. **619.** 30°, 82°14′, 150°, 97°46′. **620.** $\angle ADC=116^\circ 40'$, остальные два угла—прямые. **621.** 81° и 99° или 111° и 69°. **622.** $\sqrt{ab+c^2}=$ $=10$ дм. **623.** 63 см. **624.** $\frac{b\sqrt{4R^2-a^2}-a\sqrt{4R^2-b^2}}{2R}=6{,}6$ дцм. **625.** a) $\frac{b\sqrt{851}+2a\sqrt{189}}{2R}=17{,}9$ см.; b) $\frac{\sqrt{3}(b\sqrt{13}+2a\sqrt{5})}{8}=$ $=23{,}32$ см. **626.** $\frac{a\sqrt{4R^2-b^2}+b\sqrt{4R^2-a^2}}{2R}=1{,}3975$ метр.;

b) $\frac{a\sqrt{4R^2-b^2}-b\sqrt{4R^2-a^2}}{2R}=0{,}5325$ см. **627.** 5,22 см. (Точки касанія лежатъ по обѣ стороны центра), или 1,97 см. (Точки касанія лежатъ по одну сторону центра). **628.** $\sqrt{\frac{(ac+bd)(ad+bc)}{ab+cd}}=$ $=6{,}33$ см., $\sqrt{\frac{(ac+bd)(ab+cd)}{ad+bc}}=7{,}9$ см. **629.** 1) Да. 2) Нѣтъ. 3) Да. 4) Въ случаѣ, если сумма основаній равна суммѣ боковыхъ сторонъ. **630.** 2,65 см. **631.** 19 см., 13 см., 20 см., 12 см. **632.** $c+d-a=6\frac{2}{3}$ фут. **633.** 6,9 дм. **634.** 1,68 см. **635.** 15 см. **636.** $\frac{1}{2}\sqrt{ac}=7{,}5$ см. **637.** $\frac{8ar}{a^2+4r^2}=9{,}76$ см. **638.** a) 120°, b) 72°, c) 60°, d) 45°, e) 36°, f) 30°, g) 15°. **639.** a) 5; b) 10; c) 12; d) 15; e) 32. **640.** a) 60°, b) 108°, c) 120°, d) 135°, e) 144°, f) 150°, g) 165°. **641.** a) 12, b) 15, c) 16, d) 20, e) 48, f) 96. **642.** a) 120°, b) 72°, c) 60°, d) 45°, e) 30°, f) 15°, g) 36°. **643.** a) 120, b) 72, c) 30, d) 24, e) 10, f) 8, g) 5, h) 16. **644.** 18. **645.** $2(m+1)$. **646.** Правильные девятиугольникъ и двѣнадцатиугольникъ. **647.** Слѣдуетъ укладывать вокругъ одной точки по шесть треугольниковъ или по четыре квадрата или по три шестиугольника; остальные виды многоугольниковъ для этой цѣли не подходятъ. **648.** 1 метр. 50 см.; 2 метр.; 2 метр. 50 см.; 3 м.; 4 м.; 5 м.; 6 м. **649.** $R\sqrt{2}=7{,}05$ дм. **650.** $2r=8$ см. **651.** a) $\frac{a_4}{2}=$ $=5$ см. b) $\frac{a_4\sqrt{2}}{2}=7{,}05$ см. **652.** $r\sqrt{2}=7{,}05$ см. **653.** $\frac{R\sqrt{2}}{2}=5{,}64$ см. **654.** $R=6$ фут. **655.** $\frac{2r\sqrt{3}}{3}=13{,}92$ вершк. **656.** a) $\frac{a_6\sqrt{3}}{2}=$ $=6{,}92$ см., b) $a_6=8$ см. **657.** $\frac{R\sqrt{3}}{2}=12{,}11$ см. **658.** a) $2R=$ $=30$ см., $R\sqrt{3}=25{,}95$ см.; b) $2R=30$ см., $\frac{4R\sqrt{3}}{3}=34{,}6$ см. **659.** $\frac{m}{2+\sqrt{3}}=2$ см. **660.** $m(2+\sqrt{3})=10{,}07$ см. **661.** $3R\sqrt{3}=$ $=134{,}94$ см. **662.** $R\sqrt{3}=17{,}3$ см. **663.** $2r\sqrt{3}=69{,}2$ см. **664.** a) $\frac{a_3\sqrt{3}}{6}=5{,}19$ см., b) $\frac{a_3\sqrt{3}}{3}=10{,}38$ см. **665.** $\frac{R}{2}=7{,}5$ см.

666. 3 см. **667.** 14,8 см. **668.** $\frac{n}{10}(2\sqrt{3}+\sqrt{2})=10$ см. **669.** 32,76 см. **670.** Прямоугольный. **671.** $\frac{R(\sqrt{5}-1)}{2}=39{,}2$ см. **672.** $\frac{2}{5}r(5-2\sqrt{5})\sqrt{5+2\sqrt{5}}=44{,}84$ дцм. **673.** a) $\frac{a_{10}\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}=$ $=61{,}4$ см., b) $\frac{a_{10}(1+\sqrt{5})}{2}=64{,}8$ см. **674.** $r\sqrt{\frac{2}{5}(5-\sqrt{5})}=$ $=42$ см. **675.** $\frac{R\sqrt{2(5+\sqrt{5})}}{4}=26{,}6$ см. **676.** 1,49 см. **677.** $\frac{R}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}=11{,}4$ см. **678.** $2\sqrt{R^2-r^2}=5$ см. **679.** $\frac{\sqrt{4R^2-a_n^2}}{2}$. **680.** $\frac{\sqrt{4r^2+b_n^2}}{2}$. **681.** $\frac{a_nb_n}{2\sqrt{b_n^2-a_n^2}}=10$ см. **682.** $R\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}=2{,}76$ дцм. **683.** $\frac{2r}{5}(5-2\sqrt{5})\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}=$ $=7{,}155$ метр. **684.** a) $\frac{a_5\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}}{10}=34{,}4$ см., b) $\frac{a_5\sqrt{10(5+\sqrt{5})}}{10}=$ $=42{,}5$ см. **685.** $\frac{R}{4}\sqrt{2(3+\sqrt{5})}=19{,}38$ см. **686.** $R\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}=$ $=11$ см. **687.** $\frac{d}{2}(\sqrt{5}-1)=18{,}6$ см. **688.** $\frac{a_8}{4}(1+\sqrt{2})=12$ см. **689.** a) $R\sqrt{2-\sqrt{2}}=22{,}8$ см., b) $2R(\sqrt{2}-1)=24{,}6$ см. **690.** $\frac{a_8}{2}\sqrt{2(2+\sqrt{2})}=26$ см. **691.** $r\sqrt{2(2-\sqrt{2})}=16{,}2$ см. **692.** $\frac{R}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}=5{,}8$ см. **693.** $a_8\sqrt{3+2\sqrt{2}}=21{,}3$ см. **694.** $2R+R\sqrt{2}+R\sqrt{2+\sqrt{2}}=52{,}5$ см. **695.** a) $\frac{a_{12}(2+\sqrt{3})}{2}=$ $=111{,}9$ см., b) $a_{12}\sqrt{2+\sqrt{3}}=115{,}8$ см. **696.** a) $R\sqrt{2-\sqrt{3}}=$ $=26$ дцм., b) $2R(2-\sqrt{3})=27$ дцм. **697.** $r(\sqrt{6}-\sqrt{2})=20{,}6$ см. **698.** $\frac{R}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})=10{,}56$ см. **699.** $\frac{R}{4}[\sqrt{2(5+\sqrt{5})}+\sqrt{3}-\sqrt{15}]=$ $=6{,}64$ см. **700.** $R\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}=5{,}46$ см.

701. $\frac{a_{10}(\sqrt{5}+1)}{4}\sqrt{2[4-\sqrt{2(5+\sqrt{5})}]}=3,88$ см. **702.** $\frac{a_{2n}^2\sqrt{3}}{3a_n}=$ $=7,35$ см. **703.** 3,2 см. **704.** a) $\frac{R+r}{2}$, b) $\sqrt{Rr}$. **705.** 5 : 3.
706. Основ. относ., какъ $1:\sqrt{6}$; высоты, какъ $\sqrt{6}:1$.
707. a) 120 кв. см. b) 63 кв. дюйм., c) 253 кв. ф., d) 75 кв. вершк.
708. $a\sqrt{d^2-a^2}=2,4$ кв. см. **709.** 192 кв. д. **710.** $\sqrt{\frac{a^4+s^2}{a^2}}=$ $=13$ арш. **711.** 13382,48 кв. фут. **712.** 48 кв. см.
713. $\frac{1}{2}[\sqrt{d^2+2s}\pm\sqrt{d^2-2s}]$; 6 см. и 8 см. **714.** 74 д. **715.** 420 кв. см.
716. 24 кв. см. **717.** a) увеличится въ 2 раза, b) уменьшится въ 4 раза, c) увелич. въ 15 разъ, d) увелич. въ 2 раза.
718. 10 ф. и 6 ф. **719.** 3 см. **720.** 4 см. **721.** $a^2=25$ кв. см.
722. $\frac{1}{2}d^2=4,5$ кв. дцм. **723.** 1 кв. см. **724.** 20 см. и 12 см.
725. 2 ф. и 3 ф. **726.** 2. **727.** $\frac{m^2}{3+2\sqrt{2}}=64$ кв. см. **728.** $\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}=$ $=6,67$ см. **729.** $a=8$ см.; $a_1=2$ см.; $s=64$ кв. см.; $s_1=4$ кв. см.
730. $4r^2=144$ кв. см. **731a.** $\sqrt{s}=4$ д. **731b.** $\sqrt{2s}=6$ вершк.
732. на 9 кв. см. **733.** въ $2\frac{1}{4}$ раза. **734.** $r=\frac{1}{2}\sqrt{s}=6,5$ д.; $R=\frac{1}{2}\sqrt{2s}=9,191$ д. **735.** 32 кв. см. **736.** a) 98 кв. см., b) 10 д. **737.** основ. уменьш. на 3 д., высоту увелич. на 2 д.
738. 11 см. **739.** $\sqrt{\frac{s}{2}(\sqrt{5}\pm1)}$. **740.** 1) 96 кв. д. 2) 163,8 кв. см., 3) $63\frac{1}{4}$ кв. арш. 4) 36,1 кв. ф. **741.** $h_1=\frac{ah}{b}=15$ см. **742.** 1 : 2 : 1.
743. 15 см. и 18 см. **744.** 210 кв. см.; 120 кв. см. **745.** 32 кв. арш.
746. 31,5 дцм. **747.** 15 см. и 18 см. **748.** 108 кв. см.
749. $\frac{2s\sqrt{3}}{3a}=16,94$ арш. **750.** 41,04 кв. д. **751.** $\frac{nph_1}{m+n}=80$ кв. д.
752. $\frac{phh_1}{h+h_1}=21,6$ кв. см. **753.** $15\frac{9}{13}$ см.; 25 см. **754.** 168 кв. вершк.
755. $\frac{1}{2}\sqrt{(a+b+d)(a+b-d)(a+d-b)(b+d-a)}=168$ кв. дцм.
756. $\sqrt{a^2+b^2\pm2\sqrt{(ab+s)(ab-s)}}$; 65 см. и 88,46 см.

757. $\frac{1}{4}\sqrt{(2a+d+d_1)(d+d_1-2a)(2a+d-d_1)(2a+d_1-d)}=260\sqrt{6}$ кв. д.
758. 1200 кв. см. **759.** 1 дюйм. (приблиз.).
760. $b=\sqrt{a^2+d^2\pm2\sqrt{(ad+s)(ad-s)}}=22,47$ см.; $d_1=26$ см.
761. $\frac{1}{2}\sqrt{d^2+d_1^2\pm2\sqrt{(dd_1+2s)(dd_1-2s)}}$; 7,5 д. и 5,62 д.
762. $b=\sqrt{a^2+d^2\pm2\sqrt{(ad+s)(ad-s)}}=37,5$ д., $d_1=\sqrt{4a^2+d^2\pm4\sqrt{(ad+s)(ad-s)}}=44,23$ д. **763.** $a-b=\sqrt{d^2-\frac{4s^2}{p(p-d)}}=14$ см.; $d_1=\sqrt{2(a^2+b^2)-d^2}=38,63$ см.; $a=26,5$ см.; $b=12,5$ см.
764. 12 кв. см. **765.** 40 дюйм. и 26 дюйм. **766.** $\frac{d_1d_2}{2}=18$ кв. д.
767. 48 кв. д. **768.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ кв. ед. **769.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ кв. ед. **770.** 7,79 кв. см.
771. $\sqrt{s\cdot\frac{m^2+n^2}{2mn}}=20$ д. **772.** $\frac{d}{2}\sqrt{(2a+d)(2a-d)}=24$ кв. см.
773. $\sqrt{a^2+s}\pm\sqrt{a^2-s}$; 77 см. и 26,4 см. **774.** $\frac{\sqrt{4s^2+d^4}}{2d}=5$ дцм.
775. $\frac{2s}{d_1}=18$ арш. **776.** $12\sqrt{3}$ кв. м. **777.** 1 : 2. **778.** $\frac{d^2r}{\sqrt{d^2-4r^2}}=37,5$ кв. д.
779. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=10,825$ кв. д. **780.** $\frac{h^2\sqrt{3}}{3}=62,316$ кв. см.
781. 388,26 кв. см. **782.** $a=\sqrt[4]{\frac{16}{3}\Delta^2}=6,08$ ф.; $h=\sqrt[4]{3\Delta^2}=4,52$ ф.
783. $3r^2\sqrt{3}$ кв. ед. **784.** $\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$ кв. ед. **785.** $\frac{3}{4}d^2(5\sqrt{3}+6\sqrt{2})$; $2d^2(5+2\sqrt{6})$. **786.** $R=6\sqrt{3}$ ф.; $r=3\sqrt{3}$ ф. $r_a=9\sqrt{3}$ ф. **787.** 129,9 кв. д.
788. $12m^2\sqrt{3}$. **789.** $\frac{ab}{2}=60$ кв. ед. **790.** $b=\frac{2\Delta}{a}=7$ вершк. $c=\frac{\sqrt{4\Delta^2+a^4}}{a}=25$ вершк., $h=\frac{2\Delta}{c}=\frac{2a\Delta}{\sqrt{a^4+4\Delta^2}}=6,72$ вершк.
791. 15 см.; 20 см.; 25 см. **792.** 21 арш. и 28 арш. **793.** 120 кв. см.
794. 150 кв. см. **795.** $h_c^2=49$ кв. дцм. **796.** 8 в.; 11,312 вершк.
797. $\sqrt{2\Delta}=8$ дюйм. **798.** $y=\sqrt{xz}$, гдѣ y — катетъ прямоуг. тр-ка.
799. $\frac{m^2-c^2}{4}=120$ кв. дцм. **800.** $\frac{a^2h}{2\sqrt{a^2-h^2}}=600$ кв. см.

801. $\frac{hp^2}{2p+h}=6$ кв. см. 802. 24 кв. ед. 803. 216 кв. см. 804. $\frac{p^2-\Delta}{p}=13$ ф.; $\frac{p^2+\Delta\pm\sqrt{(p^2+\Delta)^2-8p^2\Delta}}{2p}$; 12 ф.; 5 ф. 805. 2,5 дцм. 806. 150 кв. фут. 807. 30 кв. см. **Указаніе.** Воспользоваться свойствомъ средней линіи тр-ка. 808. $\frac{am^2}{2\sqrt{m^2-n^2}}=84,5$ кв. см. 809. $\frac{a^2b}{2(a+b)}$ и $\frac{ab^2}{2(a+b)}$. **Указаніе.** Примѣнить теорему: площади тр-ковъ, имѣющихъ равныя высоты, относятся, какъ основанія. 810. $\frac{1}{3}\sqrt{(4m_a^2-c^2)(c^2-m_a^2)}=17,71$ кв. см. 810a. $a\sqrt{m^2_b-a^2}=12$ кв. фут. 811. $\frac{2}{15}\sqrt{(4m_a^2-m_b^2)(4m_b^2-m_a^2)}=12,15$ кв. м. 812. $\frac{mn(m+n)}{n-m}=210$ кв. дюйм. 813. 96 кв. см. 814. $\frac{c^2n}{2^2m}\sqrt{m^2-n^2}=54$ кв. вершк. 815. $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2-b^2}=1848$ кв. см. 816. $h_b\sqrt{h_b^2-b^2}=480$ кв. см. 817. $\frac{\sqrt{16\Delta^2+b^4}}{2b}=17$ ф. 818. $\frac{\sqrt{h^4+\Delta^2}}{h}=29$ см. 819. $b=\sqrt{a^2+2\Delta}+\sqrt{a^2-2\Delta}=24$ верш., $h_b=\sqrt{\frac{a^2+\sqrt{(a^2+2\Delta)(a^2-2\Delta)}}{2}}=\frac{2\Delta}{b}=35$ вершк. 820. $\frac{mh^2}{\sqrt{4n^2-m^2}}=48$ кв. см. 821. $(p-a)\sqrt{p(2a-p)}=108$ кв. д. 822. 16 вершк. 823. $\sqrt{80\sqrt{3}}=11,77$ см. 824. $ma=24$ кв. см.

Указаніе. Воспользоваться свойствомъ средней линіи тр-ка. Принять во вниманіе, что сумма перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ произвольной точки основанія на боковыя стороны, есть величина постоянная, равная h_b (т.-е. высотѣ, опущенной на боковую сторону). 825. a) $b=\frac{4m}{5}-\frac{2}{5}\sqrt{5a^2-m^2}=16$ см.; $\Delta=120$ кв. см.; b) $h=-\frac{n}{5}+\frac{2}{5}\sqrt{5a^2-n^2}=15$ см.; $\Delta=120$ кв. см. 826. $a=\frac{2\Delta}{h_a}=5$ д.; $b=2\sqrt{2\Delta^2+\Delta\sqrt{4\Delta^2-h_a^2}}=6$ д. 827. $\frac{3m^2}{16}=12$ кв. см. 828. $b=36$ дцм.; $h=24$ дцм.; $a=\sqrt{h^2+\frac{b^2}{4}}=30$ дцм.

829. $b=\sqrt{3\Delta}=9$ см.; $h_b=\frac{2}{3}\sqrt{3\Delta}=6$ см.; $a=\frac{5}{6}\sqrt{3\Delta}=7,5$ см. 830. $\frac{h_ab^2}{4\sqrt{b^2-h_a^2}}=8\frac{1}{3}$ кв. д. 831. $\frac{2h_ah_b}{\sqrt{4h_a^2-h_b^2}}=10$ дюйм.; $\frac{2h_b^2}{\sqrt{4h_a^2-h_b^2}}=12$ дюйм. 832. $2\frac{a^2\sqrt{3}}{3}=10,39$ кв. см. 833. $\frac{a^2}{8}\sqrt{10-2\sqrt{5}}=2,35$ кв. д. 834. $h_b^2=25$ см. 835. $\frac{r^2(m+n)\sqrt{m^2-n^2}}{n(m-n)}=1215$ кв. см. 836. $\frac{mb}{h_b-m}=21,6$ см. 837. $\frac{2k^2-mn-n^2}{2n}=2,9$ д. 838. Увеличится на $\frac{mh+bn+mn}{2}$. 839. 8 фут. 840. 15 д. и 25 д. 841a. Площади одинаковы. 841b. $m:n=2:3$. 842. 5 в.; 6 в. и 9 в. 843. $\frac{bh}{b_1}=6$ фут. 844. $\frac{m+n}{m}=\frac{8}{3}$; $\frac{m+n}{n}=1,6$. 845. $h_a=\frac{2\Delta}{a}=12$ см.; $h_b=\frac{2\Delta}{b}=11,2$ см. и $h_c=\frac{2\Delta}{c}=12\frac{12}{13}$ см.

846. $m^2h^2:\sqrt{(m+n+p)(m+n-p)(m+p-n)(n+p-m)}=816$ кв. см. 847. 84 кв. дюйм. 848. 52 см.; 51 см.; 53 см. 849. 204 кв. см. 850. $\Delta=\frac{h_b}{2}[\sqrt{(a+h_b)(a-h_b)}+\sqrt{(c+h_b)(c-h_b)}]=2280$ кв. дцм.; $b=\frac{2\Delta}{h_b}=57$ дцм. 851. $b=\sqrt{a^2+c^2}-\sqrt{(ac+2\Delta)(ac-2\Delta)}=17$ ф.; $h_b=\frac{2\Delta}{b}=24$ ф. 852. $\sqrt{a^2+b(b-2\sqrt{a^2-h_b^2})}=65$ см.; $\Delta=744$ кв. см. 853. $\frac{2p-a}{4}\pm\sqrt{\frac{a^2p(p-a)-4\Delta^2}{p(p-a)}}$; 57 саж.; 89 саж. 854. 11,6 см. 855. 1) 204 кв. см.; 2) 22,8 кв. д.; 3) 744 кв. вершк.; 4) 186 кв. ф. 856. 204 кв. дюйм. 857. $\frac{ab}{4}=32,5$ кв. см. 858. $\frac{ab\sqrt{2}}{4}=5,66$ кв. саж. 859. $\frac{ab\sqrt{3}}{4}=17,32$ кв. д. 860. $3(\sqrt{5}-1)$ кв. см. 861. $30.\sqrt{2+\sqrt{3}}$ кв. ф. 862. $12(\sqrt{5}-1)$ кв. дцм. 863. 12 кв. д. 864. $45\sqrt{2+\sqrt{3}}$ кв. вершк. 865. $5\sqrt{2}$ кв. см. 866. $\Delta=\frac{a^2}{4}(\sqrt{3}-1)=17,3$ кв. см.; $b=\frac{a}{2}(\sqrt{3}-1)=3,46$ см.;

$c=a(\sqrt{3}-1)=7.32$ см. **867.** Полагая $a+b+2m_c=2p$, получимъ: $\Delta=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-2m_c)}=230$ кв. см. **Указаніе.** Примѣнить теорему о квадратѣ медіаны.

868. $\frac{1}{48}\sqrt{(3a+2m_a+4m_b)(3a-2m_a+4m_b)(3a+2m_a-4m_b)(2m_a+4m_b-3a)}=$ $=13,34$ кв. д. **869.** Полагая $3a+2m_b+3m_c=6p$, получимъ: $\Delta=\sqrt{p(p-a)(3p-2m_b)(3p-2m_c)}=493,92$ кв. д. **870.** Полагая m_a+ $+m_b+m_c=2p$, получимъ: $\Delta=\frac{3}{4}\sqrt{p(p-m_a)(p-m_b)(p-m_c)}=648,09$ кв. в.

871. $1:\sqrt{\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}\right)\left(\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}-\frac{1}{h_a}\right)\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_c}-\frac{1}{h_b}\right)\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}-\frac{1}{h_c}\right)}=840$ кв. см.

872. 36 кв. д. или 6 кв. д. **873.** $\frac{(a+b)\beta_c}{4ab}\sqrt{4a^2b^2-(a+b)^2\beta^2_c}=$ $=347,75$ кв. см. **874.** 84 кв. д. **875.** 60 кв. см.

876. 13 см. и 15 см. **877.** $\frac{c\Delta}{b+c}=121,43$ кв. д.; $\frac{b\Delta}{b+c}=82,57$ кв. д., гдѣ Δ—площ. тр-ка. **878.** 5929,2 кв. дцм. **879.** $\frac{abc}{4\Delta}=8\frac{1}{8}$ см.

380. $\frac{2\Delta}{a+b+c}=2,6$ д. (приблизит.). **881.** $pr=36$ кв. см.

882. $\frac{2\Delta}{b+c-a}$; $\frac{2\Delta}{a+c-b}$; $\frac{2\Delta}{a+b-c}$. **883.** $\frac{2rr_a}{r_a-r}$. **884.** $\sqrt{rr_ar_br_c}$.

Указаніе. Обозначая черезъ a, b и c стороны треугольника, а черезъ $2p$ — его периметръ будемъ имѣть: $r=\frac{\Delta}{p}$; $r_a=\frac{\Delta}{p-a}$; $r_b=\frac{\Delta}{p-b}$ и $r_c=\frac{\Delta}{p-c}$; откуда $rr_ar_br_c=\frac{\Delta^4}{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\Delta^2$. **885.** $\frac{2\Delta}{a+b}=5,6$ см.

886. $\frac{1}{4}\sqrt{m^2n^2+n^2p^2+m^2p^2}=32,31$ кв. см. **887.** $\frac{r(a-r)\sqrt{a^2-r^2}}{a+r}=$ $=12$ кв. см. **Указаніе.** Соединивъ точки касанія, надо примѣнить теорему Птоломея, послѣ чего, опредѣливъ разстояніе между точками касанія, изъ подобія тр-ковъ легко найти длину третьей касательной.

888. $\frac{2rr_1\sqrt{rr_1}}{r+r_1}=3,2$ кв. дцм. **Указаніе.** Провести изъ центра меньшей окружности параллель касательной, воспользоваться теоремой Пиѳагора и разсмотрѣть подобные тр-ки. **889.** 4,57 см. **890.** 1) 66 кв. вершк. 2) 92 кв. см., 3) 36,15 кв. дм. **891.** 60 кв. см. **892.** 6 фут. **893.** $\frac{(a+b)h}{a_1+b_1}=5$ см.

894. $\frac{1}{2}dd_1=66$ кв. см. **895.** $h^2=64$ кв. см. **896.** 11,8 фут. **897.** 2090 кв. дцм. **898.** 205,2 кв. см. **899.** 2160 кв. дцм.

900. $\frac{h}{2}(\sqrt{d_1^2-h^2}+\sqrt{d_2^2-h^2})=59,99$ кв. см. **901.** 240 кв. см.

902. $\frac{a+c}{4(a-c)}\sqrt{(b+c+d-a)(a+b+d-c)(b+c-a-d)(c+d-a-b)}=$ $=17,63$ кв. м. **903.** $\frac{a+c}{4}\sqrt{(2b+c-a)(2b+a-c)}=2560$ кв. см.

904. $2am=480$ кв. см. **905.** 270 кв. дм. **906.** $\frac{b^2(a^2-b^2)}{2an}=115,2$ кв. ф.

Указаніе. Обозначая точку пересѣченія діагоналей черезъ E, а основаніе перпендикуляра черезъ F, изъ подобія треугольниковъ ACD и AEF опредѣляемъ AE. Далѣе, проведя изъ точки E прямую $EG \parallel AD$, изъ подобія треугольниковъ ACD и ECG опредѣлимъ EG и DG и, наконецъ, изъ подобія треугольниковъ BCD и EGD—меньшее основаніе BC. **907.** 10 см. и 26 см.

908. $\frac{m}{2}\sqrt{4a^2-m^2}=78,48$ кв. см. **909.** 280,8 кв. см. **Указаніе.** Опустивъ изъ вершины C перпендикуляръ CE на AD, изъ прямоугольнаго треугольника можно опредѣлить ED, такъ какъ катетъ CD есть средняя пропорціональная между AD и ED.

910. $\frac{c\sqrt{2}}{2}(a+b)=16\sqrt{2}=22,56$ кв. см. **911.** 64,58 кв. фут. и 81 кв. ф.

912. 351,38 кв. см. **913.** $\frac{b}{2h}(m+n)=15$ кв. см. **914.** $\frac{\sqrt{S}\pm m}{2}$; 2 см. и 4 см. **915.** 5 кв. дюйм. **Указаніе.** Имѣемъ равенство: площ. $\triangle ABD=$площ. $\triangle ACD$; вычтя по площади $\triangle AOD$, получимъ, что площ. $\triangle ABO=$площ. $\triangle COD$. **916.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}\cdot r^2=27\sqrt{3}$ кв. см.

917. $\frac{h^2}{b}\cdot\sqrt{4R^2-b^2}$. **918.** $\frac{(b+d)\cdot r}{2}=150$ кв. см. **919.** 315 кв. дюйм.

920. $\frac{m(p+q)^3}{4pq}=135$ кв. арш. **921.** $\frac{S(3c+a)}{4(a+c)}=72$ кв. см.; $\frac{S(3a+c)}{4(a+c)}=$ $=74$ кв. см. **922.** $\sqrt{\frac{a^2+c^2}{2}}=7,08$ см. **923.** $\frac{a-c+\sqrt{2(a^2+c^2)}}{a+c}$.

Указаніе. Обозначая части, на которыя дѣлится высота трапе-

ціи, черезъ h и h_1, а длину отрѣзка параллели черезъ x, будемъ имѣть: $(a+x)h=(c+x)h_1=\frac{a+c}{2}(h+h_1)$; откуда $x=\frac{a+c}{2}\left(1+\frac{h_1}{h}\right)-$ $-a=\frac{a+c}{2}\left(\frac{h}{h_1}+1\right)-c$. Обозначая $\frac{h}{h_1}$ черезъ y, получимъ: $(a+c)\,y^2-$ $-2(a-c)y-(a+c)=0$, откуда опредѣляется y. **924.** 8,2 см. и 15,8 см. **925.** $\frac{sm}{m+n}=12$ кв. фут.; $\frac{sn}{m+n}=33$ кв. фут. **926.** Большее основаніе $=\sqrt{\frac{m(d^2-b^2)}{n}}$; [меньшее основаніе $=\sqrt{\frac{n(d^2-b^2)}{m}}$. Зная основанія трапеціи легко опредѣлить площ. тр-ковъ, образуемыхъ діагональю со сторонами трапеціи. **927.** $\frac{(a+c)\Delta}{c}$ кв. ед.

928. $\frac{2bm}{m+n}=4,8$ см. **929.** $\sqrt{\frac{ma^2+(n+p)b^2}{m+n+p}}=12,66$ см.; $\sqrt{\frac{(m+n)a^2+pb^2}{m+n+p}}=13,56$ см. **930.** $\frac{\Delta(a+b)}{a-b}=364$ кв. см. **931.** $17\frac{1}{3}$ см.; $13\frac{1}{3}$ см.; $19\frac{1}{3}$ см. **932.** $\frac{a+c}{2}\sqrt{4m^2-c^2}=64$ кв. дцм. **933.** 3 : 8. **934.** 23 : 16. **935.** $\frac{d_1d_2}{2}=35$ кв. дм. **936.** 321,84 кв. фут. **937.** $mr=76$ кв. см. **938.** $\frac{s}{m}=3$ дм. **939.** $8r^2=200$ кв. см. **940.** $\frac{d_1d_2\sqrt{3}}{4}=69,28$ кв. см. **941.** $\sqrt{m^2n^2-\left(\frac{d_1^2-d_2^2}{4}\right)^2}=31,27$ кв. фут. **942.** 4522,3 кв. см. **943.** $\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}=240$ кв. арш. **Указаніе.** Пусть $ABCD$ — данный четыреугольникъ. Продолжая AD и BC до пересѣченія въ точкѣ E, найдемъ, что $\triangle ABE \sim \triangle CDE$. Опредѣливъ отрѣзки CE и DE, найдемъ площадь $\triangle ABE$, далѣе опредѣлимъ искомую площадь изъ пропорціи: $\triangle ABE : \triangle CDE = AB^2 : CD^2$; или $(\triangle ABE - \triangle CDE) : \triangle ABE =$ $=(AB^2-DC^2) : AB^2$. **944.** 135 кв. см. **945.** 34 дм. **946.** 7 фут. **947.** $\frac{p_1r_1}{r}=20$ см. **948.** 14,82 дм. **949.** $\frac{r^2}{4}3(\sqrt{3}+4)$ кв. ед. **950.** 1) $\frac{a^2}{2}\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}$ кв. ед.; 2) $\frac{5R^2}{8}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$ кв. ед.; 3) $5r\sqrt{5-2\sqrt{5}}$ кв. ед. **951.** 1) $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$ кв. ед.; 2) $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$ кв. ед.;

3) $2r^2\sqrt{3}$ кв. ед. **952.** 1) $2a^2\sqrt{3+2\sqrt{2}}=2a^2(1+\sqrt{2})$ кв. ед. 2) $2R^2\sqrt{2}$ кв. ед.; 3) $8r^2(2-\sqrt{3})$ кв. ед. **953.** 1) $\frac{5a^2}{2}\sqrt{5+2\sqrt{5}}$ кв. ед.; 2) $\frac{5R^2}{4}\sqrt{2(5-\sqrt{5})}$ кв. ед.; 3) $2r^2\sqrt{5(5-2\sqrt{5})}$ кв. ед.

954. 1) $3a^2(2+\sqrt{3})$ кв. ед.; 2) $3R^2$ кв. ед.; 3) $12r^2(2-\sqrt{3})$ кв. ед.

955. 1) $\sqrt{\frac{2s}{\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}}}$; 2) $\sqrt{\frac{s}{\sqrt{2}}}$; 3) $\sqrt{\frac{s}{5\sqrt{5-2\sqrt{5}}}}$.

956. 1) $\frac{\sqrt{2s\sqrt{3}}}{3}$; 2) $\sqrt{\frac{2s}{3\sqrt{3}}}$; 3) $\sqrt{\frac{s}{2\sqrt{3}}}$.

957. 1) $\sqrt{s\left(\sqrt{\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\right)}$; 2) $\frac{1}{2}\sqrt{s\sqrt{2}}$. 3) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{s}{2(2-\sqrt{3})}}$.

958. 1) $\sqrt{\frac{s}{2(\sqrt{2}+1)}}$; 2) $\sqrt{\frac{s}{5}\sqrt{2(\sqrt{5}+1)}}$; 3) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{s}{2(2-\sqrt{3})}}$.

959. 1) $\sqrt{\frac{s}{2}(2-\sqrt{3})}$; 2) $\sqrt{\frac{s}{3}}$. 3) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{s}{3(2-\sqrt{3})}}$.

960. $\frac{5a}{4}\sqrt{4R^2-a^2}$. **961.** $\frac{1}{8a}\sqrt{64a^4+s^2}$. **962.** $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$.

963. $\sqrt{ss_1}=9$ кв. фуг. **964.** $s_1\sqrt{\frac{2s}{s+s_1}}$. **965.** $\sqrt{3} : 4 : 6\sqrt{3}$.

966. 89,48 кв. дм. **967.** 2,08 метр. **968.** 4,96 кв. см.

969. $\sqrt{a^2+b^2}$. **970.** 3 : 10. **971.** 2 дм. **972.** 4 : 3. **973.** 3 : 1.

974. Въ 3 раза. **975.** $\sqrt{\frac{abm}{n}}=10$ дм.; $\sqrt{\frac{abn}{m}}=18$ дм.

976. $\frac{bm}{a+m}=4$ вершк. **977.** 41 кв. см. **978.** Въ 9 разъ.

979. 1704 кв. фут. **980.** $(mm_1m_2+nn_1n_2) : abc$. **981.** 36.

982. Въ 4 раза. **983.** 5 : 3 : 1. **984.** $\frac{a}{2}=2,5$ дм.; $\frac{b}{2}=3,5$ дм.; $\frac{c}{2}=4,5$ дм. **985.** $1 : (\sqrt{2}-1)$. **986.** 49 см. **987.** 200 кв. фут.

988. $\frac{p_1^2\Delta}{p^2}=500$ кв. см. **989.** 8 ф.; 12 ф.; 16 ф. **990.** $\sqrt{\frac{2b\Delta}{h}}=12$ дм.; $\sqrt{\frac{2h\Delta}{b}}=7$ дм. **991.** 4 : 9 : 12. **992.** $1 : \sqrt{2}$. **993.** $2mn : (m+n)^2$.

994. 24,2 кв. см. **995.** $a^2 : b^2 = 9 : 16$. **996.** 54 кв. см. **997.** 1567,5 кв. вершк., 712,5 кв. вершк. **998.** 20 кв. см. **999.** $\frac{\triangle m^2}{n^2} = 18$ кв. дм. **1000.** 22 : 21. **1001.** 58,8 кв. см. **1002.** $2r$. **1003.** 4 : 9. **1004.** 8 см. и 2 см. **1005.** 3 : 4. **1006.** 32 кв. дм.; 96 кв. дм. **1007.** $\frac{Sm^2}{m^2-n^2} = 18$ кв. дцм.; $\frac{Sn^2}{m^2-n^2} = 8$ кв. дцм. **1008.** $\sqrt{a^2+a_1^2} = 5$ фут. **1009.** $\sqrt{MM^1}$; $\frac{2MM_1}{M_1+\sqrt{MM_1}}$. **1010.** $\frac{a^3}{b} = 51,2$ кв. см. **1011.** $1 : \sqrt{2}$. **1012.** $\sqrt{\frac{(a+c)S}{h}}$ кв. ед. **1013.** $a : c$. **1014.** 8 кв. дм. **1015.** *a*) 12,56 арш. *b*) 31,4 дцм. *c*) 62,8 см. **1016.** *a*) 14 см. *b*) 0,56 арш., *c*) 0,68 дцм. **1017a.** $\frac{2\pi r}{n}$. **1017b.** 15 геогр. миль.; 1,75 верст.; $14\frac{7}{12}$ саж.; 229 г. м. 2 верст. 137,5 саж. **1018.** 123°49′18″. **1019.** 10 см. **1020.** 10,99 см. **1021.** 1,25 м.; 7,22 м.; 14,44 м. **1022.** 57°17′44,″8. **1023.** $Rn^\circ : r$. **1024.** 4 : 3. **1025.** 31,27 см.; 17,47 см. **1026.** 0,01. **1027.** 0,001. **1028.** 14,44 дцм. **1029.** $\pi r(\sqrt{5}-1)$ и $\pi r(3-\sqrt{5})$. **1030.** $s : 2(\pi+1) = 10$ см. **1031.** $\pi d : (\pi-1) = 62,8$ см. **1032.** 15 см. и 10 см. **1033.** *a*) $R = r_1 + r_2$; *b*) $R = r_1 - r_2$. **1034.** $2\pi rn$. **1035.** $r(n-1)$. **1036.** $2\pi r\sqrt{2} = 2,67$ дцм. **1037.** 2 см. **1038.** $\pi(R-r) = 50,24$ см. и $\pi(R+r) = 163,28$ см. **1039.** *a*) 0,7 см.; *b*) 24,3 см. **1040.** 44π см. $= 138,16$ см. **1041.** 23,68 дцм. **Указаніе.** Примѣнить формулу $R = \frac{bc}{2h_a}$. **1042.** 1,95 м. и 1,19 м. **1043.** 65,97 см. **1044.** $2\pi R - na_n$. **1045.** $nb_n - 2\pi r$. **1046.** 16,54 см. **1047.** 9 дцм. **1048.** 4 см. **1049.** *a*) 38,23 см.; *b*) 29,8 см.; *c*) 20,46 см. **1050.** 1) 38,465 кв. см. 2) $17\frac{1}{9}$ кв. см.; 3) 7853,975 кв. д.; 4) 1604,6 кв. метр. **1051.** 1) 0,76 кв. саж. $= 38,5$ кв. ф.; 2) 3,14 кв. см. **1052.** *a*) 2,5 д.; *b*) 2,7 ф.; *c*) 4 см. **1053.** $\frac{C^2}{4\pi} = 0,115$ кв. ф. **1054.** $2\sqrt{\pi K} = 2,506$ саж. **1055.** $\frac{\pi a^2}{3} = 18,75$ кв. см. **1056.** 7853,9 кв. д. **1057.** $\sqrt{\frac{1}{\pi}} = 0,56$ лин. ед.

1058. *a*) увеличится на $\pi r^2(m^2-1) = 200\pi$ кв. см,; *b*) уменьшится на $\frac{\pi r^2}{n^2}(n^2-1) = 24,3\pi$. **1059.** На $\frac{2n+1}{n^2}$. **1060.** *a*) увеличится на $\pi m(2r+m) = 21\pi$ вершк.; *b*) уменьшится на $\pi n(2r-n) = 3\pi$ вершк. **1061.** *a*) 6,71 см.; *b*) 2,12 см. **1062a.** $\sqrt{r^2+r_1^2+r_2^2} = 5,38$ см. **1062b.** $\sqrt{r^2-r_1^2} = 4$ см. **1063.** $\sqrt{C^2-C_1^2} = 16,4$ дюйм. **1064.** $\sqrt{\frac{ab}{\pi}} = 1,38$ см. **1065.** На 4,985 см. **1066.** 706,5 кв. см. и 452,16 кв. см. **1067.** $c^2 - c_1^2 = 9:16$. **1068.** $\sqrt{\frac{K}{K_1}} = 5:3$. **1069.** $\frac{\pi m^2 s^2}{(m+n)^2} = 50,24$ кв. см и $\frac{\pi n^2 s^2}{(m+n)^2} = 113,01$ кв. см. **1070.** $\frac{d^2 m^2}{4\pi(m-n)^2} = 803,86$ кв. саж. и $\frac{d^2 n^2}{4\pi(m-n)^2} = 314,16$ кв. саж. **1071.** 19,63 кв. см. и 7,07 кв. см. **1072.** $\pi(r^2-r_1^2) = 47,1$ кв. д. **1073.** $\sqrt{\frac{s}{\pi(4\pi^2-1)}} = 5$ см. (приблизит.) **1074.** 3,14 кв. ф. **1075.** $\frac{r\sqrt{2}}{2}$. **1076.** 14,44 см. и 20,41 см. **1077.** 78,5 кв. см. **1078.** $7,645\pi$ кв. см. **1079.** 58,59 кв. см. **1080.** $\frac{6\pi}{11}(3\sqrt{3}+4) = 15,73$ кв. см. **1081.** $\frac{\pi a^2}{2}(3+\sqrt{5}) = 74,04$ кв. ф. **1082.** $\frac{\pi s}{8} = 9,42$ кв. д. **1083.** 4 д. и 12 д. **1084.** $\frac{C(2p-C)}{4\pi} = 18$ кв. см.

1085. $\frac{ab}{2} - \frac{\pi}{2}\left[a^2+ab+b^2-(a+b)\sqrt{a^2+b^2}\right] = 34,89$ кв. см.

1086. $\pi(r^2+r_1^2) = 232,36$ кв. см. **1087.** $(16\sqrt{5}-35) : 11$. **1088.** $\frac{\pi m^2 a}{360} = 21,195$ кв. д. **1089.** *a*) 2 кв. см.; *b*) 42,75 кв. д.; *c*) 9,42 кв. ф.; *d*) $2\frac{2}{3}$ кв. арш. **1090.** *a*) 735 кв. см.; *b*) 7852,5 кв. д.; *c*) 11 кв. ф. **1091.** *a*) 9,14 кв. см.; 2,29 см.; *b*) 90 кв. д., 14,32 д. **1092.** *a*) 21°47′53″; 3,5 см.; *b*) 63°39′50″; $3\frac{1}{3}$ д. **1093.** 10,461 ф.; 12 ф. **1094.** $\sqrt{\frac{360K}{\pi n}} = 20$ см. **1095.** *a*) 1,5 см.; *b*) 18 д. **1096.** 4,69 д. **1097.** $\sqrt{\frac{360s}{\pi n}} \cdot \left(1+\frac{\pi n}{360}\right)$. **1098.** 28 см. **1099.** $r\sqrt{6} = 17,15$ ф.

1100. 19 см. или 9 см.; 18 см. или 32 см. **1101.** 616 кв. см. **1102.** $\frac{sm^2}{(m+n)^2}=98$ кв. дцм. **1103.** $\frac{\pi r^2}{6}=6\pi=18,84$ кв. см. **Указаніе.** Обозначая среднія точки дѣленія черезъ A и B, а центръ полукруга черезъ O, приведемъ задачу къ опредѣленію площади сектора AOB, такъ какъ площади тр-ковъ, имѣющихъ равныя основанія и высоты, равновелики; такими тр-ками будутъ тр-ки ABO и ABC, гдѣ C одинъ изъ концовъ діаметра. **1104.** $\frac{\pi r^2}{2}\left(3-\sqrt{5}\right)=4,67$ кв. см. **1105.** $\frac{3K}{2}=30$ кв. д. **1106.** $r^2\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$ кв. ед. **1107.** $\frac{r^2}{6}\left(2\sqrt{3}-\pi\right)$ кв. ед. **1108.** $\frac{r^2(24\sqrt{3}-11\pi)}{6}$ кв. ед. **1109.** $\frac{r^2}{2}\left(2\sqrt{3}-\pi\right)$ кв. ед. **1110.** $\frac{9\pi}{10}-\frac{9}{8}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ кв. ед. **1111.** *a*) $\frac{r^2}{8}\left(3\pi-2\sqrt{2}\right)$; *b*) $\frac{r^2}{40}\left(18\pi+5-5\sqrt{5}\right)$. **1112.** 33,73 кв. см. **1113.** 0,5 кв. см. **1114.** *a*) $\frac{r^2}{12}\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)=7,96$ кв. см.; *b*) $\frac{r^2}{4}\left(\pi-2\right)=4,56$ кв. д.; *c*) $\frac{r^2}{40}\left(8\pi-5\sqrt{10+2\sqrt{5}}\right)$; *d*) $\frac{r^2}{12}\left(2\pi-3\sqrt{3}\right)=2,63$ кв. ф.; *e*) $\frac{r^2}{8}\left(\pi-2\sqrt{2}\right)$; *f*) $\frac{r^2}{40}\left(4\pi-5\sqrt{10-2\sqrt{5}}\right)$. **1115.** $\frac{\pi r^2 n}{180}-h\sqrt{r^2-h^2}$. **1116.** $\frac{a^2}{72}\left(18-\pi-6\sqrt{3}\right)$. **1117.** $\frac{\pi a^2b^2c^2-16\Delta^3}{16\Delta^2}$, гдѣ Δ площадь тр-ка. **1118.** Если хорды расположены по одну сторону діаметра, то иск. площ.$=\frac{\pi r^2}{6}$, если же хорды расположены по обѣ стороны діаметра, то искомая площадь $=\frac{\pi r^2}{2}+\frac{r^2\sqrt{3}}{2}$. **1119.** $\frac{m^2}{4}\left(\pi-1\right)=53,5$ кв. см. **1120.** Возможны 2 случая: 1) если центры окружностей находятся по разныя стороны общей хорды пересѣченія, то искомая площадь$=232,83$ кв. см.; 2) если центры окружн. находятся по одну сторону хорды, то иск. площ. 16,89 кв. см. **1121.** $\sqrt{\frac{12m}{6-\pi}}=33,9$ вершк. **1122.** $\frac{a^2}{9}\left(3\sqrt{3}+\pi\right)$. **1123.** $2\pi r^2$; $\frac{r^2}{3}\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)$. **1124.** $\frac{r^2}{2}\left[(3\pi+8).\sqrt{2}-2(2\pi+3)\right]=5,23$ кв. см.

Указаніе. Слѣдуетъ дополнить данную полуокружность до полной окружности и вписать во вторую половину двѣ окружности, одинаковыя съ вписанными въ первую окружность; послѣ этого можно опредѣлить учетверенную искомую площадь. **1125.** $\frac{n(n-1)}{2}$. **Указаніе.** Изъ каждой точки къ каждой изъ остальныхъ $(n-1)$ точекъ можно провести $(n-1)$ прямыхъ; изъ всѣхъ n точекъ можно провести $n(n-1)$ прямыхъ. Такъ какъ каждую прямую можно провести въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ, то число всѣхъ различныхъ прямыхъ равно $\frac{n(n-1)}{2}$. **1126.** $n(n-1)$. **1127.** $\frac{m}{a-1}$. **1128.** $\frac{3}{4}d$, $\frac{1}{2}d$. **1129.** 1. **1130.** $2(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ см. **1131.** $4\frac{8}{13}$ см. **Указаніе.** Примѣнить теорему о перпендикулярѣ изъ вершины прямого угла на гипотенузу. **1132.** $\frac{hm}{h-m}$ (катетъ). **1133.** $h_a=15$ см.; $m_a=31,7$ см.; $\beta_A=30,2$ см.; $\beta'_A=17,2$ см. **1134.** $\sqrt{\frac{1}{2}ab(\sqrt{5}\pm1)}$. **1135.** 144°; 108°. **1136.** 6,5 см. **1137.** $\frac{\sqrt{mb^2+nc^2-a^2mn}}{a}$. **1138.** 20 дм.; 44 дм.; 39 дм. **1139.** $\frac{a}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$; $a(2\sqrt{2}-\sqrt{6})$; $\frac{a}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$. **1140.** $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$. **1141.** $\frac{ma}{a+b}$; $\frac{mb}{a+b}$. **1142.** $40\frac{5}{8}$ дцм. **1143.** $\frac{a^2}{m}$. **1144.** $\frac{b\sqrt{c^2-b^2}}{c+b+\sqrt{c^2-b^2}}=5$ см. **1145.** $\frac{h_ah_bh_c}{h_bh_c+h_ah_c+h_ah_b}$. **1146.** $\frac{\beta_A^2}{2h_a}\sqrt{\frac{m_a^2-h_a^2}{\beta_A^2-h_a^2}}$. **1147.** $\frac{2\Delta}{b+c}$. **1148.** $2\sqrt{Rr}$; $2R\sqrt{\frac{r}{R+r}}$; $2r\sqrt{\frac{R}{R+r}}$. **Указаніе.** Средняя линія треугольника равна половинѣ касательной; поэтому, треугольникъ прямоуголенъ при точкѣ касанія окружностей. Далѣе, воспользоваться теоремой: касательная къ двумъ окружностямъ средне-пропорціанальна между діаметромъ и окружностью, т.-е. равна $\sqrt{2R2r}$. **1149.** $\sqrt{am}$ **1150.** $\frac{1}{2bdm}\sqrt{[m^2(b+d)^2-b^2d^2][b^2d^2-m^2(b-d)^2]}$.

1151. $\frac{1}{2}\sqrt{2(b^2+d^2)-(a-c)^2}$. **1152.** $b=\sqrt{ac}$ (a и c—основанія трапеціи). **1153.** $\frac{R}{2}\sqrt{2(3+\sqrt{5})}=64,6$ см. **1154.** $21\frac{2}{3}$ см.

1155. 6 см. **1156.** $\frac{1}{4}\sqrt{10b^2-16a^2}$. **1157.** $\frac{b(a+c+d-b)}{d-b}=19\frac{3}{8}$ см.

Указаніе. $\triangle EBC \backsim \triangle EAD$. **1158.** $\frac{a\sqrt{4c^2-3b^2}+b\sqrt{4c^2-3a^2}}{2c}$.

Указаніе. Замѣтивъ, что AD — сторона вписаннаго въ окружность правильнаго треугольника, опредѣляемъ радіусъ окружности. Проведя изъ точки A діаметръ AE, находимъ длины хордъ BE и EC, (изъ прямоугольныхъ треугольниковъ ABE и ACE), послѣ чего, для опредѣленія BC, примѣняемъ теорему Птоломея.

1159. $\frac{2}{3}\sqrt{3(a^2+ab+b^2)}$. **1160.** $\frac{5a(3-\sqrt{5})}{2}$. **1161.** $\frac{a_{10}}{3}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$.

1162. 50 дм. или 18 дм. **1163.** 21,545 м. или 1,545 м. **1164.** 2 : 3.

1165. $\sqrt{\frac{rr_1r_2}{r+r_1+r_2}}$. **1166.** 13, 14, 15; остроугольный. **1167.** $\sqrt{3}:4$.

1168. $\frac{(m+n)^2}{2mn}$. **1169.** 52 м., 56 м., 60 м. **1170.** $\frac{2m\triangle}{a(m+n+p)}$; $\frac{2n\triangle}{b(m+n+p)}$; $\frac{2p\triangle}{c(m+n+p)}$. **1171.** $\frac{2\triangle(p-a)(p-b)(p-c)}{abc}$.

1172. $\frac{2mna^2}{m^2+n^2}$. **1173.** 1) Ромбъ; сторона=12,5 см.; 2) параллелограммъ; одна изъ сторонъ=3,5 см. **1174.** $\frac{2hh_1}{h+h_1}$. **1175.** $76^\circ\,21'\,49''$.

1176. $\frac{(3\sqrt{3}-\pi)a^2}{12}=6,16$ кв. дм. **1177.** $\frac{25}{16}\pi$ кв. м.

1178. $\pi d(2\sqrt{\frac{K}{\pi}}+d)$. **1179.** $\frac{r^2}{6}(4\pi-3\sqrt{3})=397,66$ кв. см.

1180. $\frac{\pi a^2(a^2+b^2)}{16b^2}=34,92$ кв. см. **1181.** $\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)r^2$.

1182. $\left(\frac{80}{\pi}\right)^\circ=25^\circ\,27'\,16''$. **1183.** $\frac{1}{4}(2nr-m\sqrt{4r^2-m^2})$.

1184. $\frac{a^2}{4}(8\pi-\sqrt{3})$.

мирновскій, П. Выпускъ VI. (Князь Иванъ Долгорукій. Сатира кн. Горчакова, Милонова и другія). Ц. 1 руб.
— Выпускъ VII. (Ком. Загоскина; А. С. Грибоѣдовъ и другія). Ц. 80 коп.
— Выпускъ VIII. (Грибоѣдовъ А. С.—оконч.). Ц. 80 коп.

синскій, Е. Систематическій диктантъ для среднихъ учебныхъ заведеній и городскихъ училищъ, часть I. Этимологія. Ц. 60 коп.

оголь. Н. В. Полное собраніе сочиненій въ одномъ томѣ большого формата. Съ 245 гравированными рисунками академика Брожа, М. Михайлова и другихъ и 28 снимками фотографіи Шапиро, артиста Андрея Бурлака въ роли «Записки сумасшедшаго». Съ біографіей, составилъ П. В. Смирновскимъ. Ц. 1 руб. 50 коп.

Въ переплетѣ съ тисненіемъ золотомъ Ц. 2 руб. 25 коп.

Министер. Народнаго Просвѣщенія отъ 18 февраля 1903 года за № 5916 допущено въ ученическія библіотеки низшихъ училищъ и въ безплатныя народныя читальни и библіотеки.

Добролюбовъ, Н. А. Полное собраніе сочиненій въ 4 томахъ, подъ редакціей М. В. Лемке, съ его вступительными замѣтками въ каждой статьѣ Н. А. Добролюбова, примѣчаніями и біографическимъ очеркомъ. Съ приложеніемъ трехъ портретовъ Н. А. Добролюбова, его факсимиле и именного алфавитнаго указателя ко всѣмъ четыремъ томамъ. Цѣна въ бум. 5 руб.

Въ коленкоровомъ переплетѣ съ тисненіемъ золотомъ. Ц. 7 руб.

Жуковскій, В. А. Сочиненія, полное собраніе, въ одномъ томѣ, подъ редакціей П. В. Смирновскаго, съ рисунками въ текстѣ художника А. Чикина, съ факсимиле В. А. Жуковскаго, съ портретомъ и біографіей, составилъ А. Фонъ-Дитмаръ и одобренной сыномъ поэта. Ц. 1 руб. 50 коп.

Въ коленкоровомъ переплетѣ. Ц. 2 руб. 25 коп.

Министер. Народнаго Просвѣщенія отъ 8 февраля 1902 года № 5916 допущено въ ученическія библіотеки низшихъ училищъ и въ безплатныя народныя читальни и библіотеки.

Лермонтовъ, М. Ю. Полное собраніе сочиненій подъ редакціей П. В. Смирновскаго и съ составленнымъ имъ же біографическимъ очеркомъ Лермонтова, съ его портретомъ и 40 оригинальными иллюстраціями А. А. Чикина. Въ коленкоровомъ переплетѣ. Ц. 1 руб. 60 коп.

Министер. Народнаго Просвѣщенія отъ 7 мая 1903 года за № 12372 допущено въ безплатныя народныя библіотеки и читальни.

Никитинъ, И. С. Полное собраніе сочиненій въ одномъ томѣ подъ редакціей М. Гершензона, въ бум. Ц. 80 коп.

Въ коленкоровомъ переплетѣ. Ц. 1 руб. 40 коп.

Пушкинъ, А. С. Полное собраніе сочиненій въ одномъ томѣ подъ редакціей П. Смирновскаго, съ портретомъ Пушкина, его біографіей, факсимиле, видомъ памятника и съ рисунками М. Михайлова и В. Спасскаго. Ц. 1 руб. 50 коп.

Въ переплетѣ съ золотомъ. Ц. 2 руб. 25 коп.

Министер. Народнаго Просвѣщенія отъ 14 іюля 1905 года за № 8268 допущено въ безплатныя читальни и библіотеки.

Имѣются въ продажѣ слѣдующія книги тѣхъ же авторовъ:

1) **Методическій сборникъ геометрическихъ задачъ,** часть II. Стереометрія. Ц. 70 коп.

2 и 3) **Учебникъ прямолинейной тригонометріи.** (Составленъ примѣнительно къ программѣ Министерства Народнаго Просвѣщенія отъ 26 и 30 іюня 1906 года). Часть I. Ц. 50 коп. Часть II. Ц. 50 коп.

Книги А. А. Лямина:

1) **Прямолинейная тригонометрія** для средне-учебныхъ заведеній. Ц. 60 коп.

Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія **допущена** въ качествѣ руководства для мужскихъ гимназій.

2) **Методическій сборникъ задачъ прямолинейной тригонометріи** (съ приложеніемъ стѣнной таблицы формулъ тригонометріи). Ц. 75 коп.

Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія **допущенъ** въ качествѣ пособія для средне-учебныхъ заведеній.

3) **Измѣненіе тригонометрическихъ функцій съ измѣненіемъ угла.** (Наглядное пособіе въ примѣненіи принципа живой фотографіи.) Ц. 25 коп.

Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія **допущено** въ качествѣ необязательнаго пособія для средне-учебныхъ заведеній.

4) **Приложеніе алгебры къ геометріи** для мужскихъ гимназій. Ц. 25 коп.

Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія **допущено** въ качествѣ необязательнаго пособія для мужскихъ гимназій.

5) **Элементарная теорія разложенія на множителей алгебраическихъ выраженій.** Ц. 30 коп.

6 и 7) **Физико-Математическая хрестоматія,** т. I.—Ариѳметика. Ц. 1 р. 25 коп., т. II.—Алгебра. Ц. 1 руб. 50 коп. (слѣдующіе 3 тома — Геометрія, Тригонометрія и Физика — готовятся къ печати).

Книга Т. Ѳ. Сваричовскаго.

1) **Методическій сборникъ геометрическихъ задачъ на тѣла вращенія.** Ц. 50 коп.
